

Équations

Niveau : 1ère Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Équations
- II. Résoudre une équation
- III. Résolution de problèmes
- IV. Exercices

1 Équations

1.1 Définition

Définition

Une équation à une inconnue est une égalité entre deux expressions littérales comportant une ou plusieurs fois la même lettre.

1.2 Équations du premier degré

Équation du premier degré

Soient a , b et x des nombres relatifs. Toute égalité de la forme :

$$x + a = b \quad \text{ou} \quad ax = b \quad (a \neq 0)$$

est appelée équation du premier degré à une inconnue x .

Exemple

- $3x + 5 = 11$ est une équation du premier degré
- $2x - 7 = 0$ est une équation du premier degré

2 Résoudre une équation

2.1 Définition

Définition

Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue vérifiant l'égalité. Ces valeurs sont appelées solutions de l'équation.

Exemple

L'équation $x + 3 = 5$ a pour solution $x = 2$.

2.2 Propriété 1**Propriété 1**

On ne change pas une égalité quand on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres de l'égalité.

Exemple

Si $x + 3 = 7$, alors $x + 3 - 3 = 7 - 3$ donc $x = 4$.

2.3 Règle 1**Règle 1**

Pour résoudre l'équation $x + a = b$, on ajoute à b l'opposé de a :

$$x = b - a$$

Exemple

Résoudre $x + 5 = 9$:

$$x = 9 - 5$$

$$x = 4$$

2.4 Propriété 2**Propriété 2**

On ne change pas une égalité quand on multiplie ou divise les deux membres de l'égalité par un même nombre non nul.

Exemple

Si $3x = 12$, alors $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ donc $x = 4$.

2.5 Règle 2**Règle 2**

Pour résoudre l'équation $ax = b$ ($a \neq 0$), on divise b par a :

$$x = \frac{b}{a}$$

Exemple

Résoudre $4x = 20$:

$$x = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

3 Résolution de problèmes

3.1 Règle

Méthode de résolution

Pour résoudre un problème :

1. Choix de l'inconnue
2. Mise en équation
3. Résolution de l'équation et vérification
4. Retour au problème

3.2 Problème

Problème

Ahmed a acheté deux stylos et un porte-document. Le porte-document coûte 28 DH. Ahmed paye en tout 60 DH.

Question : Quel est le prix d'un stylo ?

Solution

- Soit x le prix d'un stylo
- Équation : $2x + 28 = 60$
- Résolution :

$$2x = 60 - 28$$

$$2x = 32$$

$$x = \frac{32}{2}$$

$$x = 16$$

- Vérification : $2 \times 16 + 28 = 32 + 28 = 60$
- Réponse : Un stylo coûte 16 DH

4 Exercices

4.1 Exercice 1

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

1. $15 + x = 22$

2. $x + 11,7 = -14$

3. $-2,5 + x = 5,5$

4. $2,5x = 25$

5. $-x + 4,5 = -1$

6. $7 - 13 - x = 25$

7. $2 + x = 11$

8. $3x = 15$

9. $-3,5x = -10,5$

10. $-22x = 22$

11. $25x = -150$

12. $-11x = 88$

Solution Exercice 1

- | | |
|----------------|--------------|
| 1. $x = 7$ | 7. $x = 9$ |
| 2. $x = -25,7$ | 8. $x = 5$ |
| 3. $x = 8$ | 9. $x = 3$ |
| 4. $x = 10$ | 10. $x = -1$ |
| 5. $x = 5,5$ | 11. $x = -6$ |
| 6. $x = -31$ | 12. $x = -8$ |

4.2 Exercice 2**Exercice 2**

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|---|--|
| 1. $3x - 2 + 4(1 - x) = 0$ | 7. $\frac{3x}{11} = -\frac{15}{22}$ |
| 2. $3x + 2 = 2x + 3$ | 8. $\frac{3}{2}x + 1 = x - 2$ |
| 3. $1 + 2x = x + 3$ | 9. $5 - (x - 3) = -(3x - 8)$ |
| 4. $1 - 3x + 4(2 + x) = 2x - (7 + 2x)$ | 10. $\frac{x}{3} + \frac{9}{4} = -\frac{5x}{6} + \frac{15}{2}$ |
| 5. $-13x - 2(2 - x) = 2(2x - 1) - 7x + 1$ | 11. $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{x+1}{2}$ |
| 6. $-2x + 13 = 0$ | 12. $(x + 4) + 1 - 5x = 3(1 - x) + 7$ |

Solution Exercice 2

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. $x = 2$ | 7. $x = -\frac{5}{2}$ |
| 2. $x = 1$ | 8. $x = -6$ |
| 3. $x = 2$ | 9. $x = 0$ |
| 4. $x = -16$ | 10. $x = \frac{27}{7}$ |
| 5. $x = -\frac{1}{3}$ | 11. $x = \frac{5}{4}$ |
| 6. $x = 6,5$ | 12. $x = -\frac{5}{3}$ |

4.3 Exercice 3**Exercice 3**

Trouver deux naturels pairs consécutifs dont la somme est 206.

Solution Exercice 3

- Soit x le premier nombre, alors $x + 2$ est le suivant
- Équation : $x + (x + 2) = 206$
- Résolution :

$$2x + 2 = 206$$

$$2x = 204$$

$$x = 102$$

- Vérification : $102 + 104 = 206$
- Réponse : Les nombres sont 102 et 104

4.4 Exercice 4

Exercice 4

Un magicien demande à un spectateur : "Pensez à un nombre, multipliez-le par 2, retranchez 3 au résultat, multipliez-le tout par 6". Le spectateur annonce 294.

Question : A quel nombre pensait-il ?

Solution Exercice 4

- Soit x le nombre cherché
- Équation : $6(2x - 3) = 294$
- Résolution :

$$12x - 18 = 294$$

$$12x = 312$$

$$x = 26$$

- Vérification : $6(2 \times 26 - 3) = 6(52 - 3) = 6 \times 49 = 294$
- Réponse : Le nombre était 26

4.5 Exercice 5

Exercice 5

Imad a acheté une calculatrice et un livre. Le livre a coûté deux fois plus cher que la calculatrice. Imad a payé en tout 45 DH.

Question : Calculer le prix de chaque article.

Solution Exercice 5

- Soit x le prix de la calculatrice, alors $2x$ est le prix du livre
- Équation : $x + 2x = 45$
- Résolution :

$$3x = 45$$

$$x = 15$$

- Vérification : $15 + 30 = 45$
- Réponse : Calculatrice 15 DH, Livre 30 DH

4.6 Exercice 6

Exercice 6

Ahmed a alloué une somme d'argent pour passer ses vacances. Il a dépensé $\frac{1}{10}$ du montant pour le transport et $\frac{4}{10}$ pour la restauration, et il lui reste 840 DH.

Question : Trouver le montant alloué pour les vacances.

Solution Exercice 6

- Soit x le montant total
- Équation : $x - \frac{1}{10}x - \frac{4}{10}x = 840$
- Résolution :

$$\begin{aligned}x - \frac{5}{10}x &= 840 \\ \frac{5}{10}x &= 840 \\ x &= 840 \times 2 \\ x &= 1680\end{aligned}$$

- Vérification : $1680 - 168 - 672 = 840$
- Réponse : Le montant était 1680 DH

4.7 Exercice 7**Exercice 7**

Un homme est décédé et a laissé 280 000 DH. L'héritage revient à ses quatre enfants : un garçon et trois filles, et la part d'un garçon vaut la part de deux filles.

Question : Comment partager cet héritage ?

Solution Exercice 7

- Soit x la part d'une fille, alors $2x$ est la part du garçon
- Équation : $2x + 3x = 280000$
- Résolution :

$$\begin{aligned}5x &= 280000 \\ x &= 56000\end{aligned}$$

- Vérification : $112000 + 3 \times 56000 = 112000 + 168000 = 280000$
- Réponse :
 - Garçon : 112 000 DH
 - Chaque fille : 56 000 DH

Fin de la séance - À vos équations !