

Quadrilatères particuliers

Niveau : 1ère Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Le rectangle
- II. Le losange
- III. Le carré
- IV. Synthèse
- V. Exercices

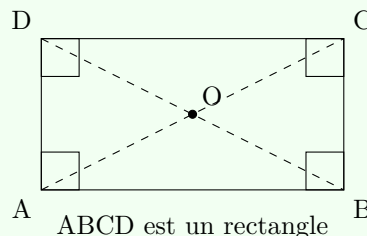
1 Le rectangle

1.1 Définition

Définition

Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.

Exemple



ABCD est un rectangle

Remarque importante : Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au rectangle.

1.2 Propriétés des diagonales

Propriété directe

Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont même longueur.

Si $ABCD$ est un rectangle, alors $AC = BD$

Propriété réciproque

Si les diagonales d'un parallélogramme ont même longueur, alors c'est un rectangle.

Si $ABCD$ est un parallélogramme et $AC = BD$, alors $ABCD$ est un rectangle

1.3 Axes et centre de symétrie

Symétries du rectangle

- Les axes de symétrie d'un rectangle sont les médiatrices de ses côtés
- Le centre de symétrie d'un rectangle est le point d'intersection de ses diagonales

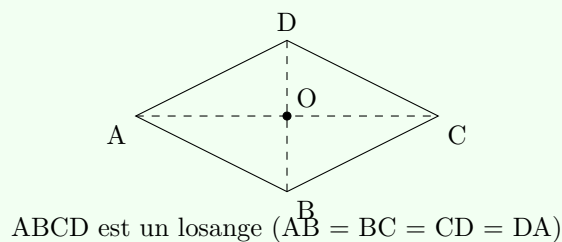
2 Le losange

2.1 Définition

Définition

Un losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur.

Exemple



Remarque importante : Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au losange.

2.2 Propriétés des diagonales

Propriété directe

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.

Si $ABCD$ est un losange, alors $(AC) \perp (BD)$

Propriété réciproque

Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires, alors c'est un losange.

Si $ABCD$ est un parallélogramme et $(AC) \perp (BD)$, alors $ABCD$ est un losange

2.3 Axes et centre de symétrie

Symétries du losange

- Les axes de symétrie d'un losange sont ses diagonales
- Le centre de symétrie d'un losange est le point d'intersection de ses diagonales

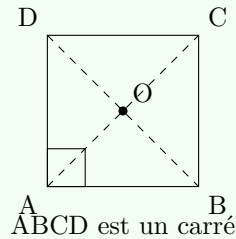
3 Le carré

3.1 Définition

Définition

Un carré est un parallélogramme qui a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur.

Exemple



Remarques importantes :

- Toutes les propriétés du parallélogramme s'appliquent au carré
- Le carré est à la fois un rectangle et un losange

3.2 Propriétés des diagonales

Propriété directe

Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont perpendiculaires et ont même longueur.

Si $ABCD$ est un carré, alors $AC = BD$ et $(AC) \perp (BD)$

Propriété réciproque

Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires et ont même longueur, alors c'est un carré.

Si $ABCD$ est un parallélogramme, $AC = BD$ et $(AC) \perp (BD)$, alors $ABCD$ est un carré

3.3 Axes et centre de symétrie

Symétries du carré

- Les axes de symétrie d'un carré sont ses diagonales et les médiatrices de ses côtés
- Le centre de symétrie d'un carré est le point d'intersection de ses diagonales

4 Synthèse

Tableau synthèse

Propriété	Rectangle	Losange	Carré
Côtés opposés parallèles	Oui	Oui	Oui
Côtés opposés égaux	Oui	Oui	Oui
Tous côtés égaux	Non	Oui	Oui
Angles opposés égaux	Oui	Oui	Oui
Tous angles droits	Oui	Non	Oui
Diagonales égales	Oui	Non	Oui
Diagonales perpendiculaires	Non	Oui	Oui
Diagonales se coupent en leur milieu	Oui	Oui	Oui

5 Exercices

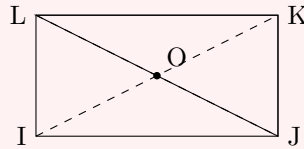
5.1 Exercice 1

Exercice 1

IJKL est un rectangle de centre O tel que $\widehat{JLK} = 40^\circ$ et $OJ = 2,2$ cm.

- Citer tous les triangles isocèles de la figure
- Citer tous les triangles rectangles de la figure
- Calculer : OL ; IK ; $\widehat{OKL}$; $\widehat{OLI}$; $\widehat{LIO}$; $\widehat{IJL}$

Solution Exercice 1

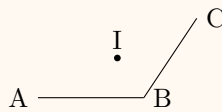


- Triangles isocèles : IOJ, JOK, KOL, LOI, IOK, JOL
- Triangles rectangles : IOJ, JOK, KOL, LOI, JLK, ILK, IJK, JIK
- Calculs :
 - $OL = OJ = 2,2$ cm
 - $IK = JL = 2 \times OJ = 4,4$ cm
 - $\widehat{OKL} = \widehat{OLK} = 40^\circ$
 - $\widehat{OLI} = \widehat{OLJ} = 50^\circ$
 - $\widehat{LIO} = 80^\circ$
 - $\widehat{IJL} = 50^\circ$

5.2 Exercice 2

Exercice 2

- Construire le point D symétrique de A par rapport à I sur la figure
- Prouver que ABDC est un parallélogramme, puis déterminer sa nature
- Construire les points F et G symétriques de B et C par rapport à A
- Prouver que FCBG est un losange



Solution Exercice 2

- Construction : D est tel que I milieu de [AD]
- ABDC a ses diagonales [AD] et [BC] qui se coupent en leur milieu parallélogramme
- Si $AB = AC$ losange, sinon parallélogramme quelconque
- FCBG a ses côtés opposés égaux et parallèles parallélogramme
- Si $FB = FC$ losange

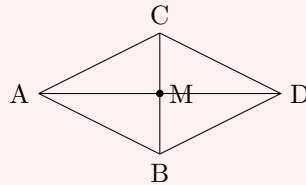
5.3 Exercice 3

Exercice 3

ABC est un triangle isocèle en A. M est le milieu de [BC]. Le point D est le symétrique de A par rapport à M.

- Construire la figure
- Montrer que ABDC est un losange

Solution Exercice 3



- $AB = AC$ (triangle isocèle)
- M milieu de [AD] et [BC] ABDC parallélogramme
- $AB = AC$ $AB = AC = BD = CD$ losange

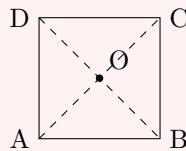
5.4 Exercice 4

Exercice 4

ABCD est un carré de centre O.

- Construire la figure
- Montrer que le triangle AOB est rectangle
- Montrer que $AC = BD$

Solution Exercice 4



- ABCD carré diagonales perpendiculaires AOB rectangle en O
- Propriété du carré : $AC = BD$

5.5 Exercice 5

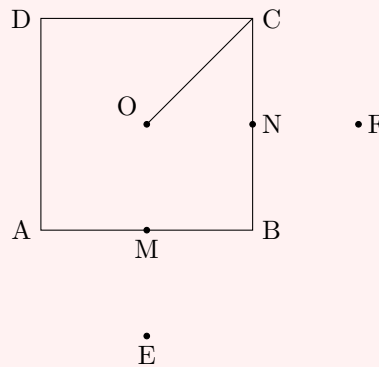
Exercice 5

ABCD est un carré de centre O. Soient M et N les milieux respectifs de [AB] et [BC].

- Construire E symétrique de O par rapport à M
- Construire F symétrique de O par rapport à N
- Montrer que AEBO est un carré
- Démontrer que OEF est un triangle isocèle

Solution Exercice 5

— Construction :



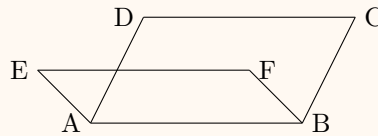
- AEBO a 4 côtés égaux et 4 angles droits carré
- OEF a $OE = OF$ isocèle en O

5.6 Exercice 6

Exercice 6

ABCD et ABEF sont deux parallélogrammes. Hicham prétend que "ABEF est rectangle".

— Qu'en pensez-vous ? Justifier



Solution Exercice 6

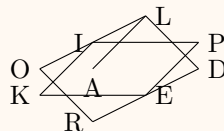
- ABEF est un parallélogramme (donné)
- Pour être rectangle, il faudrait un angle droit ou diagonales égales
- Sans information supplémentaire, on ne peut pas affirmer que ABEF est rectangle
- La déclaration de Hicham n'est pas nécessairement vraie

5.7 Exercice 7

Exercice 7

Dans la figure ci-dessous, KEPI et LORD sont deux parallélogrammes. Les côtés [LD] et [EP] se coupent en A.

— Déterminer la mesure de $\widehat{LAE}$ (justifier)



Solution Exercice 7

- Analyse des angles des parallélogrammes
- Utilisation des propriétés des angles opposés et consécutifs
- Calcul : $\widehat{LAE} = 180^\circ - (\widehat{LEA} + \widehat{ELA})$
- Solution dépendante des mesures d'angles spécifiques dans la figure

Fin de la séance - À vos exercices !