Symétrie centrale

Niveau : 1ère Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

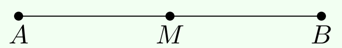
Sommaire

1 Symétrique d'un point

Définition

Le point B est le symétrique du point A par rapport au point M lorsque M est le milieu du segment $[AB]$. On dit que A et B sont symétriques par rapport à M.

Exemple et cas particulier



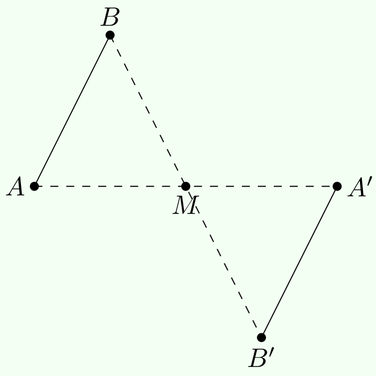
Cas particulier : Le symétrique de O par rapport à O est O lui-même

2 Symétrique d'un segment

Propriété

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à un point M est un segment $[A'B']$ de même longueur.

Exemple



Remarque : Pour construire le symétrique d'un segment, on construit les symétriques de ses extrémités.

3 Symétriques des points alignés

Propriété

Les symétriques de trois points alignés par rapport à un point M sont trois points alignés. La symétrie centrale conserve l'alignement.

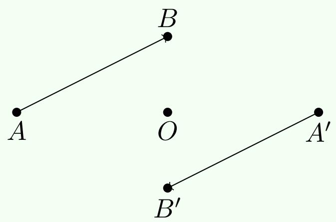
Exemple

4 Symétrique d'une demi-droite

Propriété

Le symétrique d'une demi-droite $[AB)$ par rapport à un point O est une demi-droite $[A'B')$ parallèle à $[AB)$.

Exemple

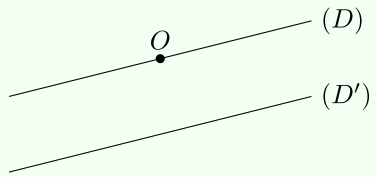


5 Symétrique d'une droite

Propriété

Le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point O est une droite (D') parallèle à (D). Si $O \in (D)$, alors $(D') = (D)$.

Exemple



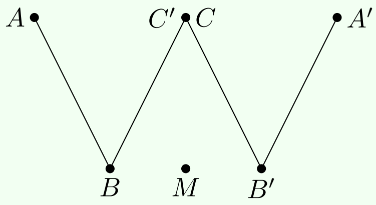
Cas particulier : Si O est sur (D), alors $(D') = (D)$

6 Symétrique d'un angle

Propriété

Le symétrique d'un angle $\widehat{ABC}$ par rapport à un point M est un angle $\widehat{A'B'C'}$ de même mesure, où A', B', C' sont les symétriques de A, B, C.

Exemple

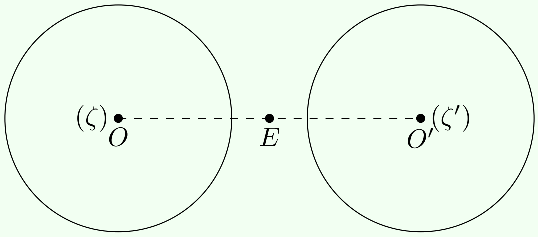


7 Symétrique d'un cercle

Propriété

Le symétrique d'un cercle (ζ) de centre O et de rayon r par rapport à un point E est le cercle (ζ') de centre O' (symétrique de O) et de même rayon r.

Exemple



8 Centre de symétrie d'une figure

Définition

Un point O est centre de symétrie d'une figure (F) lorsque le symétrique de (F) par rapport à O est (F) elle-même.

Exemples

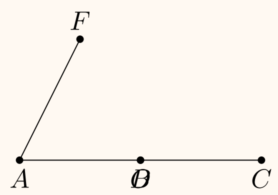
- Le centre de symétrie d'une droite est un point qui lui appartient
- Le centre de symétrie d'un segment est son milieu
- Le centre de symétrie d'un cercle est son centre

9 Exercices

9.1 Exercice 1

Exercice 1

Compléter en utilisant la figure suivante :



- Le symétrique du segment $[BC]$ par rapport à O est ________________.
- Le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à O est ________________.
- Le symétrique de la droite (AF) par rapport à O est ________________, donc les deux droites _____ et _____ sont ________________.
- A, B et C sont alignés, donc leurs symétriques _____, _____ et _____ sont aussi ________________.
- Si $AC = 6$cm, alors ________________.

Solution Exercice 1

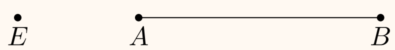
- Le symétrique du segment $[BC]$ par rapport à O est $[BA]$.
- Le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à O est $[CB)$.
- Le symétrique de la droite (AF) par rapport à O est $(A'F')$, donc les deux droites (AF) et $(A'F')$ sont parallèles.
- A, B et C sont alignés, donc leurs symétriques C, B et A sont aussi alignés.
- Si $AC = 6$cm, alors $A'C' = 6$cm.

9.2 Exercice 2

Exercice 2

Sur la figure ci-dessous, $[AB]$ est un segment de longueur 4 cm et le point E est le symétrique de A par rapport à un point O effacé.

- Placer le point O en justifiant.
- Placer F le symétrique de B par rapport à O.
- Calculer la distance EF en justifiant.



Solution Exercice 2

- O est le milieu de $[AE]$, donc à 1 cm de A vers E.
- F est le symétrique de B par rapport à O, donc $OF = OB = 3$ cm.
- $EF = EA + AB + BF = 2 + 4 + 2 = 8$ cm.

9.3 Exercice 3

Exercice 3

Le triangle ABC est tel que : $AB = 5$ cm, $AC = 4$ cm et $\widehat{BAC} = 40°$.
On appelle G le milieu de $[AC]$ et D le symétrique du point B par rapport à G.

- Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$?
- Déterminer la longueur CD.

Solution Exercice 3

- $\widehat{ACD} = \widehat{BAC} = 40°$ (angles alternes-internes)
- $CD = AB = 5$ cm (conservation des longueurs)

9.4 Exercice 4

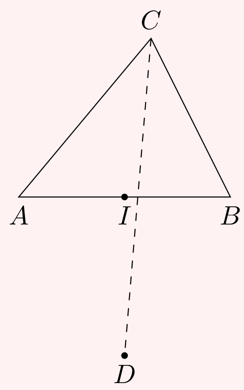
Exercice 4

ABC est un triangle tel que $AB = 4$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm.
I désigne le milieu de $[AB]$ et D le symétrique de C par rapport à I.

- Construire la figure.
- Sans mesurer, donner les mesures AD et BD en justifiant.

Solution Exercice 4

- Figure :



- $AD = BC = 6$ cm et $BD = AC = 5$ cm (par symétrie centrale)

9.5 Exercice 5

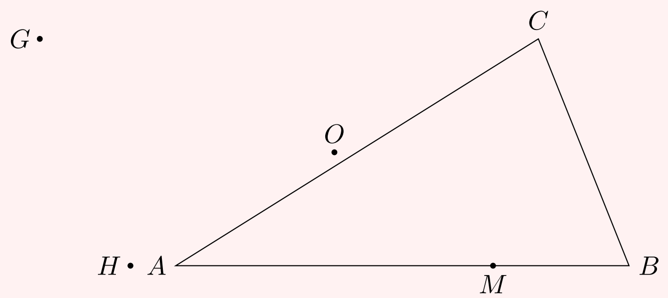
Exercice 5

Tracer un triangle ABC tel que $AC = 8$ cm, $\widehat{ABC} = 50°$ et $BC = 10$ cm.
Placer le point M du segment $[BC]$ tel que $CM = 3$ cm.
O est le milieu du segment $[AM]$.

- Construire les points G et H, symétriques de B et C par rapport à O.
- Démontrer que $GH = BC$.
- Démontrer que $(AB) \parallel (MG)$.
- Démontrer que A, G et H sont alignés.

Solution Exercice 5

- Construction :



- $GH = BC$ car symétriques par rapport à O
- $(AB) \parallel (MG)$ car MG est le symétrique de AB par rapport à O
- A, G, H alignés car H est le symétrique de C et G de B par rapport à O

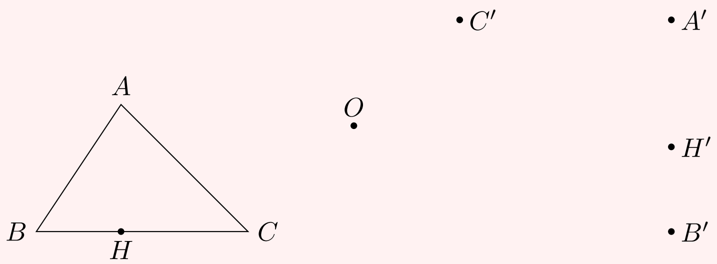
9.6 Exercice 6

Exercice 6

- Construire le triangle ABC tel que $AB = 2$ cm, $AC = 3.2$ cm et $BC = 4$ cm.
- Placer H, pied de la hauteur issue de A.
- Soit O un point extérieur au triangle. Construire A', B', C' et H' symétriques par rapport à O.
- Comment sont les droites $(A'H')$ et $(B'C')$? Justifier.

Solution Exercice 6

- Construction :



- $(A'H') \parallel (AH)$ et $(B'C') \parallel (BC)$ par symétrie centrale
- Comme $(AH) \perp (BC)$, alors $(A'H') \perp (B'C')$

9.7 Exercice 7

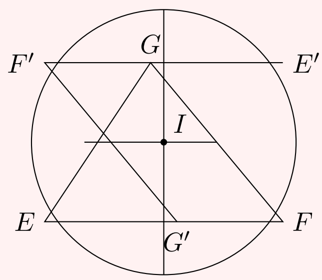
Exercice 7

EFG est un triangle tel que $FG = 6$ cm, $EF = 4.5$ cm et $EG = 5.2$ cm.
Les médiatrices de $[EF]$ et $[FG]$ se coupent en I.

- Faire une figure.
- Soit (C) le cercle de centre I passant par E. Construire le symétrique du triangle EFG par rapport à I avec une règle non graduée.

Solution Exercice 7

- Figure :



- Construction du symétrique :
  - Tracer les droites (IE), (IF), (IG)
  - Placer E', F', G' sur ces droites tels que I soit milieu de $[EE']$, $[FF']$, $[GG']$
  - Tracer le triangle $E'F'G'$

Fin de la séance - À vos exercices !