

# Les quatre opérations sur les nombres ratio

*Niveau : 2ème Année Collège*

**Prof : AIT MAMA MOHAMED**

## Sommaire

- I. Développement et Factorisation
  - 1-1/ Développement
  - 1-2/ Factorisation
- II. L'opposé d'une somme et l'opposé d'une différence
  - 2-1/ Règle
  - 2-2/ Règle générale
- III. Les règles de priorités de calcul
  - 3-1/ Règle 1 : Calcul sans parenthèses
  - 3-2/ Règle 2 : Calcul avec parenthèses
- IV. Exercices
  - 4-1/ Exercice 1
  - 4-2/ Exercice 2
  - 4-3/ Exercice 3
  - 4-4/ Exercice 4
  - 4-5/ Exercice 5

## 1 Développement et Factorisation

### 1.1 Développement

#### 1-1/ Développement

**Définition :** Le développement c'est l'écriture d'un produit sous forme d'une somme ou d'une différence.

**Autrement dit :** Pour tous nombres rationnels  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

#### Exemple

$$3 \times \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) = 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{2}{5} = \frac{3}{2} + \frac{6}{5} = \frac{15}{10} + \frac{12}{10} = \frac{27}{10}$$

## 1.2 Factorisation

### 1-2/ Factorisation

**Définition** : La factorisation c'est l'écriture d'une somme ou d'une différence en un produit.

**Autrement dit** : Pour tous nombres rationnels  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$a \times b + a \times c = a \times (b + c)$$

$$a \times b - a \times c = a \times (b - c)$$

### Exemple

$$\frac{2}{3} \times 5 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \left(5 + \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{21}{4} = \frac{42}{12} = \frac{7}{2}$$

## 2 L'opposé d'une somme et l'opposé d'une différence

### 2.1 Règle

#### 2-1/ Règle

L'opposé d'une somme est égal à la somme des opposés :

$$-(a + b) = -a - b$$

L'opposé d'une différence est égal à la différence des opposés :

$$-(a - b) = -a + b$$

### Exemple

$$-\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$-\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{6} + \frac{1}{3} = -\frac{5}{6} + \frac{2}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

### 2.2 Règle générale

#### 2-2/ Règle générale

- Si des parenthèses sont précédées du signe « + », on peut supprimer les parenthèses et le signe « + » (en commençant par les parenthèses les plus intérieures), sans changer les signes des termes qui sont entre les parenthèses.
- Si des parenthèses sont précédées du signe « - », on peut supprimer les parenthèses et le signe « - » (en commençant par les parenthèses les plus intérieures), et changer les signes des termes qui sont entre les parenthèses.

**Exemple**

$$\begin{aligned}
 I &= 1 - \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{3}\right) - \left[1 + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)\right] \\
 &= 1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{3} - 1 - \frac{4}{3} + \frac{3}{4} \\
 &= (1 - 1) + \left(-\frac{2}{3} + \frac{4}{3} - \frac{4}{3}\right) + \frac{3}{4} \\
 &= 0 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = -\frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{1}{12}
 \end{aligned}$$

### 3 Les règles de priorités de calcul

#### 3.1 Règle 1 : Calcul sans parenthèses

**3-1/ Règle 1**

Dans un calcul sans parenthèses, on commence par la multiplication et la division avant l'addition et la soustraction.

**Exemple**

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} - \frac{2}{3} &= \frac{3}{5} + \frac{4}{14} - \frac{2}{3} \\
 &= \frac{3}{5} + \frac{2}{7} - \frac{2}{3} \\
 &= \frac{63}{105} + \frac{30}{105} - \frac{70}{105} = \frac{23}{105}
 \end{aligned}$$

#### 3.2 Règle 2 : Calcul avec parenthèses

**3-2/ Règle 2**

Dans un calcul avec parenthèses, on calcule d'abord ce qui est entre parenthèses en commençant par les parenthèses les plus intérieures.

**Exemple**

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \times \left(2 + \frac{1}{4}\right) &= \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{6}\right) \times \frac{9}{4} \\
 &= \frac{3}{6} \times \frac{9}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{8}
 \end{aligned}$$

### 4 Exercices

## 4.1 Exercice 1

### 4-1/ Exercice 1

Calculer et réduire ces expressions si c'est possible :

$$a) A = 5 + \frac{1}{2} \times 2 - \frac{7}{3} =$$

$$d) D = \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{7}}{\frac{4}{3} + \frac{1}{3}} =$$

$$b) B = \left(\frac{5}{8} + 1\right) \times \frac{1}{6} - \frac{11}{3} =$$

$$e) E = \frac{3 - \frac{5}{3}}{\frac{4}{3} + 1} =$$

$$c) C = \left(\frac{9}{6} - \frac{3}{18}\right) \times \left(\frac{5}{4} + 1\right) =$$

$$f) F = 1 + 2 + \frac{1}{25} =$$

### Correction Exercice 1

$$a) A = 5 + \frac{1}{2} \times 2 - \frac{7}{3} = 5 + 1 - \frac{7}{3} = 6 - \frac{7}{3} = \frac{18}{3} - \frac{7}{3} = \frac{11}{3}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{9}{4} = 3$$

$$b) B = \left(\frac{5}{8} + 1\right) \times \frac{1}{6} - \frac{11}{3} = \frac{13}{8} \times \frac{1}{6} - \frac{11}{3} = \frac{13}{48} - \frac{176}{48} = -\frac{163}{48}$$

$$d) D = \frac{\frac{3}{4} - \frac{10}{4}}{\frac{9}{21} + \frac{7}{21}} = \frac{-\frac{7}{4}}{\frac{16}{21}} = -\frac{7}{4} \times \frac{21}{16} = -\frac{147}{64}$$

$$e) E = \frac{3 - \frac{5}{3}}{\frac{4}{3} + 1} = \frac{\frac{6}{3} - \frac{5}{3}}{\frac{4}{3} + \frac{3}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$$

$$c) C = \left(\frac{9}{6} - \frac{3}{18}\right) \times \left(\frac{5}{4} + 1\right) = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{6}\right) \times \frac{9}{4} =$$

$$f) F = 1 + 2 + \frac{1}{25} = 3 + \frac{1}{25} = \frac{75}{25} + \frac{1}{25} = \frac{76}{25}$$

## 4.2 Exercice 2

### 4-2/ Exercice 2

Développer puis calculer :

$$a) A = \left(-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) \times 12 =$$

$$c) C = \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) =$$

$$b) B = \frac{4}{5} \times \left(-5 + 1\frac{1}{3}\right) =$$

### Correction Exercice 2

$$a) A = \left(-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) \times 12 = -\frac{2}{3} \times 12 + \frac{5}{6} \times 12 = -8 + 10 = 2$$

$$c) C = \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{4} \times \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{2}{3} \times \left(-\frac{4}{3}\right) - \frac{5}{12} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{1}{3} - \frac{8}{9} + \frac{5}{9} = -\frac{3}{9} - \frac{8}{9} + \frac{5}{9} = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

$$b) B = \frac{4}{5} \times \left(-5 + \frac{4}{3}\right) = \frac{4}{5} \times (-5) + \frac{4}{5} \times \frac{4}{3} = -4 + \frac{16}{15} = -\frac{60}{15} + \frac{16}{15} = -\frac{44}{15}$$

## 4.3 Exercice 3

### 4-3/ Exercice 3

Factoriser puis calculer :

$$a) A = \frac{15}{9} \times \frac{225}{50} + \frac{15}{9} \times \frac{-300}{50} =$$

$$b) B = \frac{5}{7} \times \frac{3}{10} + \frac{5}{7} \times \left(-\frac{4}{3}\right) =$$

### Correction Exercice 3

$$a) A = \frac{15}{9} \times \left(\frac{225}{50} - \frac{300}{50}\right) = \frac{15}{9} \times \left(-\frac{75}{50}\right) = \frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2}$$

$$b) B = \frac{5}{7} \times \left(\frac{3}{10} - \frac{4}{3}\right) = \frac{5}{7} \times \left(\frac{9}{30} - \frac{40}{30}\right) = \frac{5}{7} \times \left(-\frac{31}{30}\right) = -\frac{155}{210} = -\frac{31}{42}$$

## 4.4 Exercice 4

### 4-4/ Exercice 4

Enlever les parenthèses et les crochets, puis calculer :

$$a) A = \left(-\frac{7}{2} - 1\right) - \left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) - \left(2 + \frac{4}{2}\right)\right] + \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{3}{2} - 1\right)\right] =$$

$$b) B = \left(-\frac{1}{3} + 2\right) - \left[-\left(-\frac{4}{3} + 5\right) - 11\right] =$$

**Correction Exercice 4**

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= -\frac{7}{2} - 1 - \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{2} - 4\right] + \left[\frac{1}{5} - \frac{3}{2} + 1\right] & \text{b) } B &= -\frac{1}{3} + 2 - \left[\frac{4}{3} - 5 - 11\right] = \frac{5}{3} - \left[\frac{4}{3} - 16\right] = \\ &= -\frac{9}{2} - \left[\frac{6}{10} - \frac{5}{10} - \frac{40}{10}\right] + \left[\frac{2}{10} - \frac{15}{10} + \frac{10}{10}\right] = & \frac{5}{3} - \frac{4}{3} + 16 &= \frac{1}{3} + 16 = \frac{49}{3} \\ &= -\frac{9}{2} - \left(-\frac{39}{10}\right) + \left(-\frac{3}{10}\right) = -\frac{45}{10} + \frac{39}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{9}{10} \end{aligned}$$

**4.5 Exercice 5**

**4-5/ Exercice 5**

Calculer et réduire ces expressions si c'est possible :

$$\text{a) } A = 5 + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \qquad \qquad \qquad \text{b) } B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} =$$

**Correction Exercice 5**

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= 5 + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 5 + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{6}{12} = & \text{b) } B &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{60}{60} + \frac{30}{60} + \frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{12}{60} = \\ &= 5 + \frac{13}{12} = 5 + 1\frac{1}{12} = 6\frac{1}{12} & \frac{137}{60} &= 2\frac{17}{60} \end{aligned}$$

**Fin de la séance - À vos exercices !**