

Multiplication et division des nombres rationnels

Niveau : 2ème Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Multiplication des nombres rationnels
 - 1-1/ Règle
 - 1-2/ Remarques
 - 1-3/ Propriété
- II. Division des nombres rationnels
 - 2-1/ Inverse d'un nombre rationnel
 - 2-2/ Quotient de nombres rationnels
- III. Exercices
 - 3-1/ Exercice 1
 - 3-2/ Exercice 2
 - 3-3/ Exercice 3
 - 3-4/ Exercice 4
 - 3-5/ Exercice 5
 - 3-6/ Exercice 6

1 Multiplication des nombres rationnels

1.1 Règle

1-1/ Règle

Pour multiplier des nombres rationnels, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a , b , c et d où b et d non nuls on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

1.2 Remarques

1-2/ Remarques

- Si $b = 1$, la formule devient : $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$
- $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
- $\frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$
- $\frac{a}{b} \times 0 = 0$
- Quand c'est possible, il est préférable de simplifier avant d'effectuer les multiplications.

Exemple

$$\frac{15}{7} \times \frac{14}{25} = \frac{15 \times 14}{7 \times 25} = \frac{210}{175} = \frac{6}{5}$$

On peut simplifier avant multiplication :

$$\frac{15}{7} \times \frac{14}{25} = \frac{3 \times 5}{7} \times \frac{2 \times 7}{5 \times 5} = \frac{6}{5}$$

1.3 Propriété

1-3/ Propriété

La multiplication des nombres rationnels est :

- Commutative : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$
- Associative : $(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times (\frac{c}{d} \times \frac{e}{f})$
- Distributive par rapport à l'addition : $\frac{a}{b} \times (\frac{c}{d} + \frac{e}{f}) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}$

2 Division des nombres rationnels

2.1 Inverse d'un nombre rationnel

2-1/ Inverse d'un nombre rationnel

L'inverse d'un nombre rationnel $\frac{a}{b}$ non nul est $\frac{b}{a}$.
On a : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

Exemple

L'inverse de $\frac{3}{4}$ est $\frac{4}{3}$.
L'inverse de $-\frac{5}{2}$ est $-\frac{2}{5}$.

2.2 Quotient de nombres rationnels

2-2/ Quotient de nombres rationnels

Diviser par un nombre rationnel non nul, revient à multiplier par son inverse.
Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d non nuls on a :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Exemple

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

3 Exercices

3.1 Exercice 1

3-1/ Exercice 1

Calculer et réduire si c'est possible :

a) $\frac{15}{7} \times (-21) =$

b) $-11 \times \frac{-3}{-22} =$

c) $-\frac{3}{4} \times \frac{1}{12} =$

d) $-\frac{2}{3} \times \frac{8}{-9} =$

e) $\frac{1}{2} \times \frac{5}{7} =$

f) $0,3 \times \frac{3}{5} =$

g) $\frac{14}{9} \times \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} =$

h) $-\frac{35}{3} \times -\frac{9}{7} =$

i) $0,5 \times \left(-\frac{14}{5}\right) =$

j) $2\frac{4}{5} \times 2\frac{5}{6} =$

k) $\frac{-12}{-11} \div \frac{4}{-33} =$

l) $-\frac{15}{16} \div \frac{25}{36} =$

m) $-\frac{7}{10} \div \frac{(-5)}{-1} =$

n) $-\frac{4}{5} \div \left(-\frac{3}{20}\right) =$

o) $-\frac{3}{10} \div \frac{2}{3} =$

p) $-\frac{1}{3} \div \frac{39}{-14} =$

q) $-8\frac{1}{2} \div \left(-\frac{6}{8}\right)^{-1} =$

r) $-\frac{4}{5} \div \frac{8}{11} =$

s) $1,2 \div \frac{24}{-5} =$

t) $\frac{1}{2} \div \frac{4}{9} =$

Correction Exercice 1

a) $\frac{15}{7} \times (-21) = \frac{15 \times (-21)}{7} = \frac{-315}{7} = -45$

b) $-11 \times \frac{-3}{-22} = \frac{-11 \times -3}{-22} = \frac{33}{-22} = -\frac{3}{2}$

c) $-\frac{3}{4} \times \frac{1}{12} = \frac{-3 \times 1}{4 \times 12} = \frac{-3}{48} = -\frac{1}{16}$

d) $-\frac{2}{3} \times \frac{8}{-9} = \frac{-2 \times 8}{3 \times -9} = \frac{-16}{-27} = \frac{16}{27}$

e) $\frac{1}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{1 \times 5}{2 \times 7} = \frac{5}{14}$

f) $0,3 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{50}$

g) $\frac{14}{9} \times \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} = \frac{14}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{42}{63} = \frac{2}{3}$

h) $-\frac{35}{3} \times -\frac{9}{7} = \frac{-35 \times -9}{3 \times 7} = \frac{315}{21} = 15$

i) $0,5 \times \left(-\frac{14}{5}\right) = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{14}{5}\right) = -\frac{14}{10} = -\frac{7}{5}$

j) $2\frac{4}{5} \times 2\frac{5}{6} = \frac{14}{5} \times \frac{17}{6} = \frac{238}{30} = \frac{119}{15}$

k) $\frac{-12}{-11} \div \frac{4}{-33} = \frac{12}{11} \times \frac{-33}{4} = \frac{-396}{44} = -9$

l) $-\frac{15}{16} \div \frac{25}{36} = -\frac{15}{16} \times \frac{36}{25} = \frac{-540}{400} = -\frac{27}{20}$

m) $-\frac{7}{10} \div \frac{(-5)}{-1} = -\frac{7}{10} \times \frac{-1}{-5} = \frac{-7}{50}$

n) $-\frac{4}{5} \div \left(-\frac{3}{20}\right) = -\frac{4}{5} \times \left(-\frac{20}{3}\right) = \frac{80}{15} = \frac{16}{3}$

o) $-\frac{3}{10} \div \frac{2}{3} = -\frac{3}{10} \times \frac{3}{2} = \frac{-9}{20}$

p) $-\frac{1}{3} \div \frac{39}{-14} = -\frac{1}{3} \times \frac{-14}{39} = \frac{14}{117}$

q) $-8\frac{1}{2} \div \left(-\frac{6}{8}\right)^{-1} = -\frac{17}{2} \div \left(-\frac{8}{6}\right) = -\frac{17}{2} \times \left(-\frac{6}{8}\right) = \frac{102}{16} = \frac{51}{8}$

r) $-\frac{4}{5} \div \frac{8}{11} = -\frac{4}{5} \times \frac{11}{8} = \frac{-44}{40} = -\frac{11}{10}$

s) $1,2 \div \frac{24}{-5} = \frac{6}{5} \times \frac{-5}{24} = \frac{-30}{120} = -\frac{1}{4}$

t) $\frac{1}{2} \div \frac{4}{9} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{8}$

3.2 Exercice 2

3-2/ Exercice 2

Calculer et réduire si c'est possible :

- a) $\frac{1}{-3} \times \frac{2}{9} \times \left(-\frac{4}{3}\right) =$
- b) $\frac{18}{5} \times \left(-\frac{35}{9}\right) \times \frac{1}{14} =$
- c) $\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{7}{5} =$
- d) $-1,6 \times \left(-\frac{20}{8}\right) \times \frac{1}{2} =$
- e) $1\frac{5}{7} \times \frac{-14}{-18} \times \frac{6}{-25} =$
- f) $-\frac{5}{4} \times \frac{1}{-9} \times \frac{7}{2} =$
- g) $\frac{16}{-15} =$
- h) $\frac{-49}{-14} =$
- i) $\frac{-58}{12} - 6 =$
- j) $-\frac{41}{112} =$

Correction Exercice 2

- a) $\frac{1}{-3} \times \frac{2}{9} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{1 \times 2 \times (-4)}{-3 \times 9 \times 3} = \frac{-8}{-81} = \frac{8}{81}$
- b) $\frac{18}{5} \times \left(-\frac{35}{9}\right) \times \frac{1}{14} = \frac{18 \times (-35) \times 1}{5 \times 9 \times 14} = \frac{-630}{630} = -1$
- c) $\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{7}{5} = \frac{1 \times 3 \times 7}{4 \times 2 \times 5} = \frac{21}{40}$
- d) $-1,6 \times \left(-\frac{20}{8}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{-16}{10} \times \frac{-20}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{320}{160} = 2$
- e) $1\frac{5}{7} \times \frac{-14}{-18} \times \frac{6}{-25} = \frac{12}{7} \times \frac{14}{18} \times \frac{6}{-25} = \frac{1008}{-3150} = -\frac{8}{25}$
- f) $-\frac{5}{4} \times \frac{1}{-9} \times \frac{7}{2} = \frac{-5 \times 1 \times 7}{4 \times -9 \times 2} = \frac{-35}{-72} = \frac{35}{72}$
- g) $\frac{16}{-15} = -\frac{16}{15}$
- h) $\frac{-49}{-14} = \frac{49}{14} = \frac{7}{2}$
- i) $\frac{-58}{12} - 6 = -\frac{29}{6} - \frac{36}{6} = \frac{-65}{6}$
- j) $-\frac{41}{112}$ (déjà simplifié)

3.3 Exercice 3

3-3/ Exercice 3

Trouver la valeur de x dans les cas suivants :

- a) $-\frac{17}{9} \times x = -1$; $x =$
- b) $\frac{x}{-64} = -\frac{7}{3}$; $x =$
- c) $-\frac{3x}{5} = -2,5$; $x =$
- d) $x \times \frac{-5}{-16} = \frac{1}{2}$; $x =$
- e) $\frac{2}{x} = -\frac{12}{7}$; $x =$

Correction Exercice 3

- a) $-\frac{17}{9} \times x = -1 \Rightarrow x = -1 \times \left(-\frac{9}{17}\right) = \frac{9}{17}$
- b) $\frac{x}{-64} = -\frac{7}{3} \Rightarrow x = -64 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{448}{3}$
- c) $-\frac{3x}{5} = -2,5 \Rightarrow -3x = -12,5 \Rightarrow x = \frac{12,5}{3} = \frac{25}{6}$
- d) $x \times \frac{-5}{-16} = \frac{1}{2} \Rightarrow x \times \frac{5}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times \frac{16}{5} = \frac{8}{5}$
- e) $\frac{2}{x} = -\frac{12}{7} \Rightarrow 2 \times 7 = -12 \times x \Rightarrow 14 = -12x \Rightarrow x = -\frac{14}{12} = -\frac{7}{6}$

3.4 Exercice 4

3-4/ Exercice 4

On considère x et y deux nombres rationnels tel que :

$$\frac{2}{-3}x = -\frac{8}{4} \quad \text{et} \quad -\frac{10}{4}y = 5$$

Prouver que :

$$x \times y = -6 \quad \text{et} \quad \frac{x}{y} = -\frac{3}{2}$$

Correction Exercice 4

D'abord, trouvons x et y :

$$\frac{2}{-3}x = -\frac{8}{4} \Rightarrow -\frac{2}{3}x = -2 \Rightarrow x = -2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 3$$

$$-\frac{10}{4}y = 5 \Rightarrow -\frac{5}{2}y = 5 \Rightarrow y = 5 \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -2$$

Maintenant, calculons $x \times y$ et $\frac{x}{y}$:

$$x \times y = 3 \times (-2) = -6$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

3.5 Exercice 5

3-5/ Exercice 5

Compléter les égalités suivantes :

a) $1\frac{2}{3} \div \frac{4}{x} = \frac{4}{x}$

b) $\frac{1}{-2} \div \frac{-7}{x} = \frac{4}{7}$

c) $\frac{24}{x} \div \frac{-9}{y} = -\frac{8}{15}$

d) $\frac{3}{-84} \div \frac{a}{b} = \frac{9}{c}$

Correction Exercice 5

a) $1\frac{2}{3} \div \frac{4}{x} = \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{5}{3} \times \frac{x}{4} = \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{5x}{12} = \frac{4}{x} \Rightarrow 5x^2 = 48 \Rightarrow x^2 = \frac{48}{5} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{48}{5}}$

b) $\frac{1}{-2} \div \frac{-7}{x} = \frac{4}{7} \Rightarrow -\frac{1}{2} \times \frac{x}{-7} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{x}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow x = 8$

c) $\frac{24}{x} \div \frac{-9}{y} = -\frac{8}{15} \Rightarrow \frac{24}{x} \times \frac{y}{-9} = -\frac{8}{15} \Rightarrow \frac{24y}{-9x} = -\frac{8}{15} \Rightarrow \frac{8y}{3x} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{5}$

Une solution possible : $x = 5, y = 1$

d) $\frac{3}{-84} \div \frac{a}{b} = \frac{9}{c} \Rightarrow -\frac{3}{84} \times \frac{b}{a} = \frac{9}{c} \Rightarrow -\frac{b}{28a} = \frac{9}{c}$

Une solution possible : $a = -1, b = 252, c = 28$

3.6 Exercice 6

3-6/ Exercice 6

Calculer $a \times b$ et $a \div b$ dans les cas suivants :

- a) $a = -\frac{4}{3}$ et $b = -\frac{16}{48}$
- b) $a = -\frac{21}{60}$ et $b = -\frac{30}{-28}$
- c) $a = \frac{30}{84}$ et $b = -\frac{42}{-35}$
- d) $a = 2,4$ et $b = -\frac{48}{10}$

Correction Exercice 6

- a) $a \times b = -\frac{4}{3} \times -\frac{16}{48} = \frac{64}{144} = \frac{4}{9}$
 $a \div b = -\frac{4}{3} \div -\frac{16}{48} = -\frac{4}{3} \times -\frac{48}{16} = \frac{192}{48} = 4$
- b) $a \times b = -\frac{21}{60} \times \frac{30}{-28} = \frac{630}{1680} = \frac{3}{8}$
 $a \div b = -\frac{21}{60} \div \frac{30}{-28} = -\frac{21}{60} \times -\frac{28}{30} = \frac{588}{1800} = \frac{49}{150}$
- c) $a \times b = \frac{30}{84} \times -\frac{42}{-35} = \frac{1260}{2940} = \frac{3}{7}$
 $a \div b = \frac{30}{84} \div -\frac{42}{-35} = \frac{30}{84} \times \frac{35}{42} = \frac{1050}{3528} = \frac{25}{84}$
- d) $a \times b = 2,4 \times -\frac{48}{10} = \frac{24}{10} \times -\frac{48}{10} = -\frac{1152}{100} = -\frac{288}{25}$
 $a \div b = 2,4 \div -\frac{48}{10} = \frac{24}{10} \div -\frac{48}{10} = \frac{24}{10} \times -\frac{10}{48} = -\frac{240}{480} = -\frac{1}{2}$

Fin de la séance - À vos exercices !