Triangles et droites parallèles

Niveau : 2ème Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

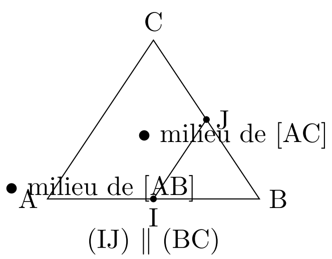
Sommaire

1 La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle

1.1 Propriété 1

1-1/ Propriété 1

La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.
Autrement dit : Dans un triangle ABC, si I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC], alors (IJ) est parallèle à (BC).



1.2 Remarques importantes

1-2/ Remarques importantes

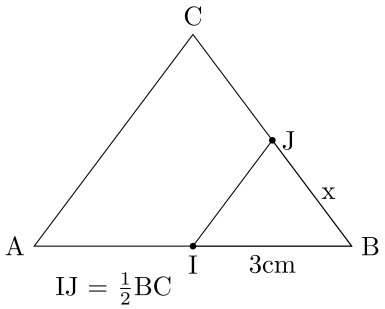
- Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle et des milieux de deux côtés.
- On utilise cette propriété pour montrer que deux droites sont parallèles.

2 La distance entre les milieux de deux côtés d'un triangle

2.1 Propriété 2

2-1/ Propriété 2

La distance entre les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.
Autrement dit : Dans le triangle ABC avec I milieu de [AB] et J milieu de [AC], on a $IJ = \frac{1}{2}BC$.



2.2 Remarques importantes

2-2/ Remarques importantes

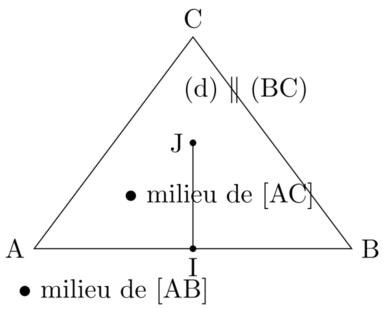
- Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle et des milieux de deux côtés.
- On utilise cette propriété pour calculer des longueurs.

3 La droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté

3.1 Propriété 3

3-1/ Propriété 3

La droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle et qui est parallèle à un deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.
Autrement dit : Dans un triangle ABC, si I est le milieu de [AB] et (d) est la droite passant par I parallèle à (BC), alors (d) coupe [AC] en son milieu.



3.2 Remarques importantes

3-2/ Remarques importantes

— Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle, du milieu d'un côté et d'une parallèle à un autre côté passant par ce milieu.

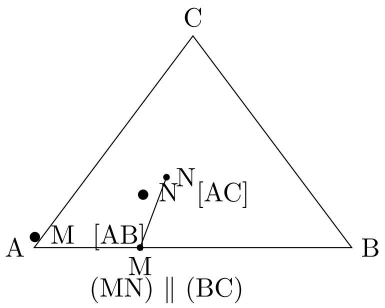
— On utilise cette propriété pour montrer qu'un point est le milieu d'un côté.

4 La droite qui coupe deux côtés et parallèle au troisième côté

4.1 Propriété 4

4-1/ Propriété 4

Si une droite coupe deux côtés d'un triangle et est parallèle au troisième côté, alors elle détermine un nouveau triangle dont les côtés sont proportionnels à ceux du triangle initial.
Autrement dit : Dans un triangle ABC, si M [AB], N [AC] et (MN) ∥ (BC), alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



4.2 Remarques importantes

4-2/ Remarques importantes

— Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle, de deux points sur deux côtés et d'une droite parallèle au troisième côté passant par ces points.

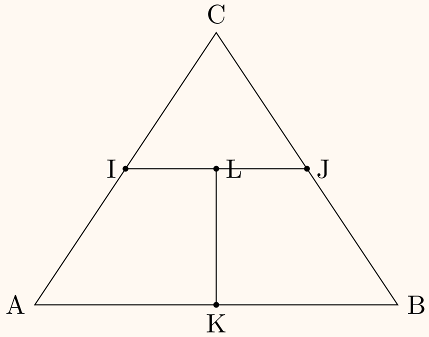
— On utilise cette propriété pour calculer des longueurs.

5 Exercices

5.1 Exercice 1

5-1/ Exercice 1

Sur la figure suivante, on a AB = 8 cm et BC = 6 cm :



1. Démontrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles et calculer la longueur IJ.
2. Démontrer que les droites (LK) et (AB) sont parallèles et calculer la longueur LK.

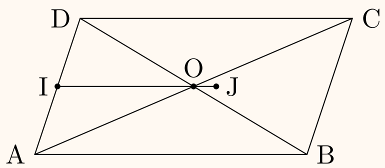
Correction Exercice 1

1. Dans le triangle ABC :
   — I est le milieu de [AC] (car AI = IC = 4 cm)
   — J est le milieu de [AB] (car AJ = JB = 4 cm)
   — Donc d'après la propriété 1, (IJ) $\parallel$ (BC)
   — IJ = $\frac{1}{2}$BC = $\frac{6}{2}$ = 3 cm (propriété 2)
2. Dans le triangle ABC :
   — K est le milieu de [AB] (car AK = KB = 4 cm)
   — (LK) $\parallel$ (BC) (donnée)
   — Donc d'après la propriété 3, L est le milieu de [AC]
   — LK = $\frac{1}{2}$BC = $\frac{6}{2}$ = 3 cm (propriété 2)

5.2 Exercice 2

5-2/ Exercice 2

ABCD est un parallélogramme de centre O. I est le milieu de [AD] et J est le milieu de [CD].



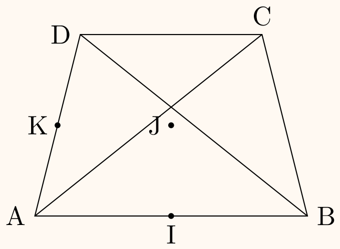
1. Montrer que (IJ) et (AC) sont parallèles.
2. La droite (BD) coupe (IJ) en E. Montrer que E est le milieu de [OD].

Correction Exercice 2

1. Dans le triangle ADC :
   - I est le milieu de [AD]
   - J est le milieu de [CD]
   - Donc d'après la propriété 1, (IJ) ∥ (AC)
2. Dans le triangle BOD :
   - J est le milieu de [CD] donc aussi de [OD] (car O est le centre)
   - (IJ) ∥ (AC) et (AC) ∥ (BD) (dans un parallélogramme)
   - Donc (IJ) ∥ (BD)
   - Par la propriété 3, E est le milieu de [OD]

5.3 Exercice 3

5-3/ Exercice 3



1. Soit J le milieu de [AC] et I le milieu de [AB]. Démontrer que (JI) ∥ (CB) (considérer le triangle ABC).
2. La parallèle à (BD) passant par I coupe (AD) en K. Démontrer que K est le milieu de [AD] (considérer triangle ABD).
3. Calculer IJ et JK en justifiant (considérer ABC puis ABD).

Correction Exercice 3

1. Dans le triangle ABC :
   - I milieu de [AB]
   - J milieu de [AC]
   - Donc (IJ) ∥ (BC) (propriété 1)
2. Dans le triangle ABD :
   - I milieu de [AB]
   - (IK) ∥ (BD)
   - Donc K est le milieu de [AD] (propriété 3)
3. Calculs :
   - IJ $= \frac{1}{2}$BC $= \frac{5}{2} = 2{,}5$ cm (propriété 2)
   - Dans ABD, K milieu de [AD] et I milieu de [AB] donc (KI) ∥ (BD) et KI $= \frac{1}{2}$BD
   - BD $= \sqrt{(6-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$
   - JK $= \frac{\sqrt{41}}{2}$ cm

Fin de la séance - À vos exercices !