

Vecteurs et translation

Niveau : 2^{ème} Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Vecteurs
 - 1-1. Vecteur non nul
 - 1-2. Vecteur nul
 - 1-3. Égalité de deux vecteurs
 - 1-4. Opposé d'un vecteur
 - 1-5. Relation de Chasles
 - 1-6. Somme de deux vecteurs
 - 1-7. Vecteur et milieu d'un segment
- II. Translation
 - 2-1. Image d'un point par translation
 - 2-2. Propriété caractéristique
- III. Exercices

1 Vecteurs

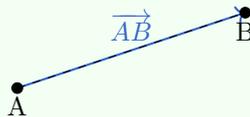
1.1 Vecteur non nul

Définition

Un vecteur non nul \overrightarrow{AB} est défini par :

- **Direction** : droite (AB)
- **Sens** : de A vers B
- **Norme** : distance AB

Exemple



1.2 Vecteur nul

Définition

Le vecteur nul \overrightarrow{AA} noté $\vec{0}$ a une norme nulle et aucune direction ou sens définis.

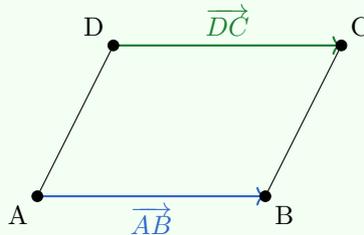
1.3 Égalité de deux vecteurs

Propriété

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont même direction, même sens et même norme.

Exemple

Si ABCD est un parallélogramme, alors $\vec{AB} = \vec{DC}$.



1.4 Opposé d'un vecteur

Propriété

L'opposé de \vec{AB} est $\vec{BA} = -\vec{AB}$.

1.5 Relation de Chasles

Relation de Chasles

Pour tout points A, B, C :

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Exemple

Simplifier $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$:

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{AC} + \vec{CA} = \vec{AA} = \vec{0}$$

1.6 Somme de deux vecteurs

Propriété

Pour ABCD parallélogramme :

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$$

1.7 Vecteur et milieu d'un segment

Propriété

E est milieu de [AB] si et seulement si :

$$\vec{AE} = \vec{EB}$$

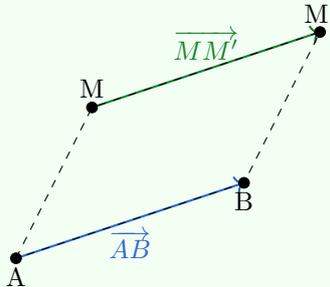
2 Translation

2.1 Image d'un point par translation

Définition

M' est l'image de M par la translation de vecteur \vec{AB} si $\vec{MM'} = \vec{AB}$ ($ABM'M$ parallélogramme).

Exemple



2.2 Propriété caractéristique

Propriété

Si A' et B' sont les images de A et B par une translation, alors :

$$\vec{A'B'} = \vec{AB}$$

3 Exercices

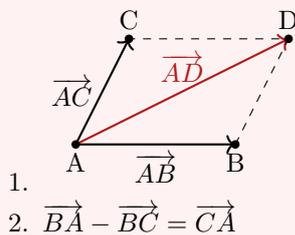
3.1 Exercice 1

Exercice 1

A , B et C sont trois points non alignés.

1. Construire $\vec{AB} + \vec{AC}$
2. Construire $\vec{BA} - \vec{BC}$

Solution Exercice 1



3.2 Exercice 2

Exercice 2

Soit $ABCDE$ un pentagone régulier de centre O .

1. Trouver un vecteur égal à \vec{AB}
2. Simplifier $\vec{OA} + \vec{OE}$

Solution Exercice 2

1. $\vec{AB} = \vec{ED}$ (par symétrie)
2. $\vec{OA} + \vec{OE} = \vec{OD}$ (car O est centre)

3.3 Exercice 3

Exercice 3

Compléter :

1. Quand ABNM est un parallélogramme alors :
 - N est l'image de M par la translation _____
 - A est l'image de M par la translation _____
2. Si D est l'image de B par la translation qui transforme A en C, alors ABCD est un _____

Solution Exercice 3

1. — Translation de vecteur \vec{AM}
 — Translation de vecteur \vec{MA}
2. Parallélogramme

3.4 Exercice 4

Exercice 4

Soit ABCD un parallélogramme et M un point du plan.

1. Construire K image de M par la translation de vecteur \vec{AB}
2. Construire P image de K par la translation de vecteur \vec{AD}
3. Montrer que P est l'image de M par la translation de vecteur \vec{AC}

Solution Exercice 4

1. Construction avec $\vec{MK} = \vec{AB}$
2. Construction avec $\vec{KP} = \vec{AD}$
3. Par Chasles : $\vec{MP} = \vec{MK} + \vec{KP} = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

3.5 Exercice 5

Exercice 5

ABC est un triangle.

1. Construire D tel que $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$
2. Construire E tel que $\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{BC}$
3. Montrer que C est milieu de [DE]

Solution Exercice 5

1. D est le 4ème sommet du parallélogramme ABDC
2. E est le 4ème sommet du parallélogramme BAEC
3. On montre que $\vec{DC} = \vec{CE}$

3.6 Exercice 6

Exercice 6

Simplifier :

1. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$

2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

3. $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EC}$

4. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{EM} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{EC}$

Solution Exercice 6

1. \overrightarrow{BA}

2. \overrightarrow{AD}

3. \overrightarrow{AC}

4. \overrightarrow{ME}

3.7 Exercice 7

Exercice 7

ABCD est un losange de centre I.

1. Montrer que C est l'image de D par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}

2. Construire J image de I par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}

3. Construire K tel que $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$

4. Montrer que K est l'image de B par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}

Solution Exercice 7

1. Dans un losange, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

2. J est tel que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB}$

3. K est le symétrique de B par rapport à D

4. On montre que $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB}$

Fin de la séance - Bon travail !