

Équation d'une droite

Niveau : 3^e Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Équation réduite d'une droite
- II. Équation d'une droite définie par deux points
- III. Droites parallèles et perpendiculaires
- IV. Exercices

1 Équation réduite d'une droite

1.1 Définition

Équation réduite

Dans un repère orthonormé, toute droite non verticale admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

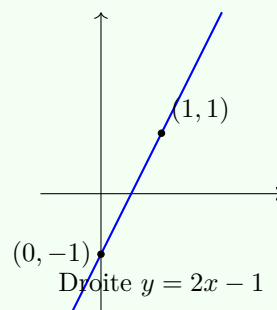
où :

- m : coefficient directeur (pente)
- p : ordonnée à l'origine

Exemple

La droite d'équation $y = 2x - 1$ a :

- Coefficient directeur $m = 2$
- Ordonnée à l'origine $p = -1$

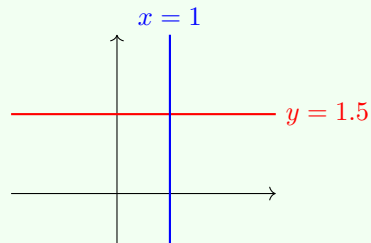


1.2 Remarques importantes

Cas particuliers

- Droite horizontale : $y = p$ (parallèle à l'axe des abscisses)
- Droite verticale : $x = c$ (n'est pas une fonction, pas de coefficient directeur)

Exemples



1.3 Condition d'appartenance d'un point

Appartenance

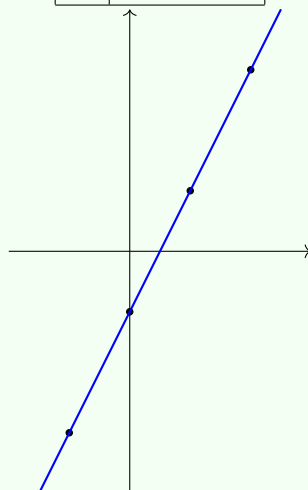
Un point $A(x_A; y_A)$ appartient à la droite $y = mx + p$ ssi :

$$y_A = mx_A + p$$

1.4 Tracer une droite

Tracé de y

x	$y = 2x - 1$
-1	-3
0	-1
1	1
2	3



2 Équation d'une droite définie par deux points

Coefficient directeur

Pour $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ avec $x_A \neq x_B$, le coefficient directeur est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

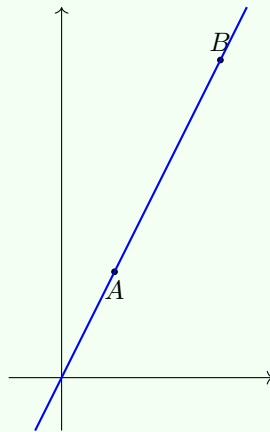
L'équation de la droite est alors $y = mx + p$ où p est déterminé en utilisant les coordonnées d'un point.

Exemple

Trouvons l'équation de la droite passant par $A(1; 2)$ et $B(3; 6)$:

$$m = \frac{6 - 2}{3 - 1} = 2$$

En utilisant A : $2 = 2 \cdot 1 + p \Rightarrow p = 0$ Donc l'équation est $y = 2x$



3 Droites parallèles et perpendiculaires

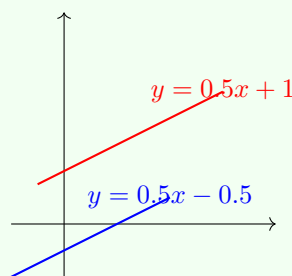
3.1 Droites parallèles

Parallélisme

Deux droites sont parallèles ssi elles ont le même coefficient directeur :

$$(d) \parallel (d') \Leftrightarrow m = m'$$

Exemple



Ces droites sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur $m = 0.5$.

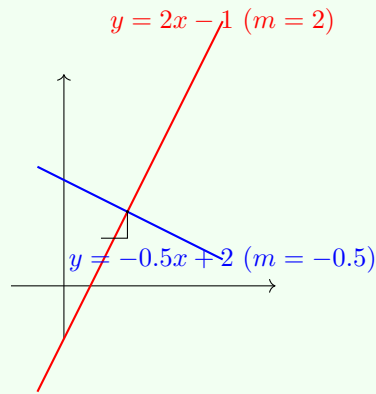
3.2 Droites perpendiculaires

Perpendicularité

Deux droites sont perpendiculaires ssi le produit de leurs coefficients directeurs vaut -1 :

$$(d) \perp (d') \Leftrightarrow mm' = -1$$

Exemple



Ces droites sont perpendiculaires car $2(-0.5) = -1$.

4 Exercices

4.1 Exercice 1

Exercice 1

Vérifier si les points appartiennent aux droites :

- 0. $A(-2; 3)$ et $(d_1) : y = -x + 1$
- 0. $B(2; 7)$ et $(d_2) : y = 3x + 2$
- 0. $C(2; 1)$ et $(d_3) : y = 2$

Solution Exercice 1

- 0. Pour $A(-2; 3)$ dans $y = -x + 1$: $3 = -(-2) + 1 = 3$ Vrai $A \in d_1$
- 0. Pour $B(2; 7)$ dans $y = 3x + 2$: $7 = 3(2) + 2 = 8$ Faux $B \notin d_2$
- 0. Pour $C(2; 1)$ dans $y = 2$: $1 = 2$ Faux $C \notin d_3$

4.2 Exercice 3

Exercice 3

Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) :

- 0. $A(2; 0)$ et $B(4; 1)$
- 0. $A(-2; 1)$ et $B(-3; 5)$
- 0. $A(-1; 5)$ et $B(-1; 2)$

Solution Exercice 3

0. Pour $A(2;0)$ et $B(4;1)$:

$$m = \frac{1-0}{4-2} = \frac{1}{2}$$

Équation : $y = \frac{1}{2}x + p$ Avec $A : 0 = \frac{1}{2}(2) + p \Rightarrow p = -1$ Donc $y = \frac{1}{2}x - 1$

0. Pour $A(-2;1)$ et $B(-3;5)$:

$$m = \frac{5-1}{-3-(-2)} = \frac{4}{-1} = -4$$

Équation : $y = -4x + p$ Avec $A : 1 = -4(-2) + p \Rightarrow p = -7$ Donc $y = -4x - 7$

0. Pour $A(-1;5)$ et $B(-1;2)$: Droite verticale d'équation $x = -1$

4.3 Exercice 5**Exercice 5**

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1; -1)$, $B(-1; -3)$ et $C(2; 1)$.

0. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et la distance AB
0. Déterminer les coordonnées du milieu M de [AB]
0. Vérifier que l'équation de (AB) est $y = x - 2$
0. Déterminer l'équation de la droite parallèle à (AB) passant par C
0. Montrer que la médiatrice de [AB] a pour équation $y = -x - 2$

Solution Exercice 5

$$0. \overrightarrow{AB}(-1-1; -3-(-1)) = (-2; -2)$$

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

0. Milieu M :

$$x_M = \frac{1+(-1)}{2} = 0$$

$$y_M = \frac{-1+(-3)}{2} = -2$$

Donc $M(0; -2)$

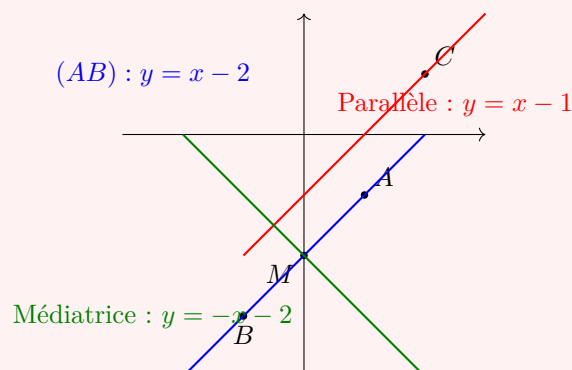
0. Équation de (AB) :

$$m = \frac{-3-(-1)}{-1-1} = \frac{-2}{-2} = 1$$

Avec $A : -1 = 1(1) + p \Rightarrow p = -2$ Donc $y = x - 2$

0. Droite parallèle passant par C : Même coefficient $m = 1$ Avec $C : 1 = 1(2) + p \Rightarrow p = -1$ Donc $y = x - 1$

0. Médiatrice de [AB] : Pente perpendiculaire : $m' = -1$ (car $1 - 1 = -1$) Passe par $M(0; -2)$: $-2 = -1(0) + p \Rightarrow p = -2$ Donc $y = -x - 2$



www.massar360.com