

Équations et inéquations du premier degré

Niveau : 3^e Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Objectifs du chapitre

- Résoudre des équations du premier degré à une inconnue
- Résoudre des inéquations du premier degré à une inconnue
- Appliquer les équations et inéquations à la résolution de problèmes
- Représenter les solutions sur une droite graduée

1 Équations du premier degré à une inconnue

1.1 Définition

Définition

Soient a , b et x des nombres réels.

Toute égalité de la forme : $ax + b = 0$ s'appelle **équation du premier degré** à une inconnue x .

Exemple

$2x - 5 = 0$ est une équation du premier degré à une inconnue x .

1.2 Résolution d'une équation

Définition

Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs possibles de l'inconnue telles que l'égalité soit vraie.

Chacune de ces valeurs est appelée **solution** de l'équation.

Types d'équations

0. Équation de la forme $a + x = b$ Solution : $x = b - a$

Exemple

Résoudre $5 + x = 8$ Solution : $x = 8 - 5 = 3$ 0. Équation de la forme $ax = b$ Si $a \neq 0$, solution : $x = \frac{b}{a}$

Exemple

Résoudre $3x = 12$ Solution : $x = \frac{12}{3} = 4$ 0. Équation produit $(ax + b)(cx + d) = 0$ Solutions : résoudre $ax + b = 0$ et $cx + d = 0$

Exemple

Résoudre $(2x - 3)(x + 5) = 0$ Solutions : $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ et $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$ 0. Équation de la forme $x^2 = a$ Si $a > 0$, solutions : $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$ Si $a = 0$, solution : $x = 0$ Si $a < 0$, pas de solution

Exemple

Résoudre $x^2 = 9$ Solutions : $x = 3$ et $x = -3$

2 Inéquations du premier degré à une inconnue

2.1 Définition

Définition

Soient a , b et x des nombres réels.Toute inégalité de la forme : $ax + b > 0$ ou $ax + b \geq 0$ ou $ax + b < 0$ ou $ax + b \leq 0$ s'appelle **inéquation du premier degré** à une inconnue x .

Exemple

 $3x - 6 \leq 0$ est une inéquation du premier degré à une inconnue x .

2.2 Résolution d'une inéquation

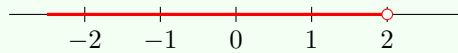
Méthode

- Isoler l'inconnue x en utilisant les règles de transformation des inégalités
- Changer le sens de l'inégalité si on multiplie ou divise par un nombre négatif
- Représenter les solutions sur une droite graduée

ExempleRésoudre $3x - 6 < 0$

$$3x < 6$$

$$x < 2$$

Solution : $] -\infty; 2[$ 

3 Résolutions des problèmes

3.1 Méthode pour résoudre un problème

Méthodologie

- 0. Choix de l'inconnue
- 0. Mise en équation (ou inéquation)
- 0. Résolution de l'équation (ou inéquation)
- 0. Vérification
- 0. Interprétation du résultat et conclusion

Exemple 1

Déterminer trois nombres consécutifs entiers naturels dont la somme est 309.

SolutionSoit x le premier nombre.Les nombres sont : $x, x + 1, x + 2$

Équation : $x + (x + 1) + (x + 2) = 309$

$$3x + 3 = 309$$

$$3x = 306$$

$$x = 102$$

Les nombres sont 102, 103 et 104.

Exemple 2

Kawtar et Hicham choisissent un même nombre. Kawtar le multiplie par 10 puis soustrait 2. Hicham le multiplie par 8 et ajoute 8. Ils obtiennent le même résultat.

SolutionSoit x le nombre choisi.

Kawtar : $10x - 2$

Hicham : $8x + 8$

Équation : $10x - 2 = 8x + 8$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Le nombre choisi est 5.

4 Exercices avec solutions

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

A) $2x + 1 - \frac{x+1}{2} = 3x$

B) $\sqrt{3}x + 3 = 0$

C) $\frac{x+2}{\sqrt{2}} - 2x = x$

D) $-3x + \sqrt{2} = 0$

E) $2x + 11 = 0$

F) $\sqrt{5}x - 1 = \sqrt{5} - x$

G) $4x - 7 - 2(4x + 1) = -2(3 + 2x) - 3$

H) $\frac{3-2x}{5} - \frac{x-2}{10} = \frac{5x+2}{2} - \frac{1}{5}$

I) $x(x - 1) = x^2 + 5$

J) $\frac{1}{3}x + 2 - (x - 3) = x - 5 - 3(x + \frac{1}{2}) + 4x$

Solution Exercice 1

A) $2x + 1 - \frac{x+1}{2} = 3x$
 $\Rightarrow 4x + 2 - (x + 1) = 6x$
 $\Rightarrow 3x + 1 = 6x$
 $\Rightarrow -3x = -1$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{3}$

B) $\sqrt{3}x + 3 = 0$
 $\Rightarrow x = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$

C) $\frac{x+2}{\sqrt{2}} - 2x = x$
 $\Rightarrow x + 2 - 2x\sqrt{2} = x\sqrt{2}$
 $\Rightarrow x(1 - 2\sqrt{2} - \sqrt{2}) = -2$
 $\Rightarrow x = \frac{-2}{1-3\sqrt{2}} = \frac{2}{3\sqrt{2}-1}$

D) $-3x + \sqrt{2} = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{3}$

E) $2x + 11 = 0$
 $\Rightarrow x = -\frac{11}{2}$

F) $\sqrt{5}x - 1 = \sqrt{5} - x$
 $\Rightarrow (\sqrt{5} + 1)x = \sqrt{5} + 1$
 $\Rightarrow x = 1$

G) $4x - 7 - 8x - 2 = -6 - 4x - 3$
 $\Rightarrow -4x - 9 = -9 - 4x$
 $\Rightarrow 0 = 0$ (tous les réels sont solutions)

H) $\frac{6-4x-x+2}{10} = \frac{25x+10-2}{10}$
 $\Rightarrow -5x + 8 = 25x + 8$
 $\Rightarrow -30x = 0$
 $\Rightarrow x = 0$

I) $x^2 - x = x^2 + 5$
 $\Rightarrow -x = 5$
 $\Rightarrow x = -5$

J) $\frac{x}{3} + 2 - x + 3 = x - 5 - 3x - \frac{3}{2} + 4x$
 $\Rightarrow -\frac{2x}{3} + 5 = 2x - \frac{13}{2}$
 $\Rightarrow -\frac{8x}{3} = -\frac{23}{2}$
 $\Rightarrow x = \frac{69}{16}$

Exercice 4

Trois personnes se partagent une somme de 1 900 DH. La seconde reçoit 70 DH de plus que la première. La part de la troisième est égale au double de la part de la première moins 150 DH. Calculer la part de chaque personne.

Solution Exercice 4

Soit x la part de la première personne.

La seconde reçoit : $x + 70$ DH

La troisième reçoit : $2x - 150$ DH

Équation : $x + (x + 70) + (2x - 150) = 1900$

$$4x - 80 = 1900$$

$$4x = 1980$$

$$x = 495$$

Parts : 495 DH, 565 DH et 840 DH.

Exercice 5

Un parc de loisirs propose plusieurs tarifs :

- Tarif 1 : 70DH par entrée
 - Tarif 2 : un abonnement de 350 DH puis 45DH par entrée
 - Tarif 3 : un abonnement annuel de 1430 DH pour un nombre illimité d'entrées
0. À partir de combien d'entrées le tarif 2 est-il plus avantageux que le tarif 1 ?
0. À partir de combien d'entrées le tarif 3 est-il plus avantageux que le tarif 2 ?

Solution Exercice 5

0. Soit x le nombre d'entrées.
- Tarif 1 : $70x$
- Tarif 2 : $350 + 45x$
- Inéquation : $350 + 45x < 70x$
- $$350 < 25x$$
- $$x > 14$$
- À partir de 15 entrées.
0. Tarif 2 : $350 + 45x$
- Tarif 3 : 1430
- $$350 + 45x > 1430$$
- $$45x > 1080$$
- $$x > 24$$
- À partir de 25 entrées.

Exercice 8

On donne l'expression algébrique $E = (x + 1)^2 - 4$

0. Développer et simplifier l'expression E
0. Factoriser l'expression E
0. Résoudre l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$

Solution Exercice 8

0. Développement :
- $$E = x^2 + 2x + 1 - 4 = x^2 + 2x - 3$$
0. Factorisation :
- $$E = (x + 1)^2 - 2^2 = (x + 1 - 2)(x + 1 + 2) = (x - 1)(x + 3)$$
0. Résolution :
- $$x^2 + 2x - 3 = 0$$
- Soit avec la forme factorisée : $(x - 1)(x + 3) = 0$
- Solutions : $x = 1$ ou $x = -3$