

Fonction linéaire et fonction affine

Niveau : 3^e Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Fonction linéaire
- II. Fonction affine
- III. Exercices

1 Fonction linéaire

1.1 Définition

Fonction linéaire

Une fonction linéaire est une fonction de la forme :

$$f : x \mapsto ax$$

où a est un nombre réel constant appelé coefficient.

- x : antécédent
- $f(x) = ax$: image de x

Exemple

La fonction $f(x) = 3x$ est une fonction linéaire de coefficient 3.

- L'image de 2 est $f(2) = 3 \times 2 = 6$
- L'antécédent de 9 est le nombre x tel que $3x = 9$ donc $x = 3$

1.2 Propriété du coefficient

Coefficient

Pour une fonction linéaire $f(x) = ax$ et $x \neq 0$:

$$a = \frac{f(x)}{x}$$

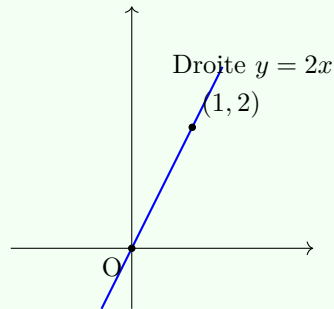
1.3 Représentation graphique

Graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine d'équation :

$$y = ax$$

où a est la pente de la droite.

Exemple**2 Fonction affine****2.1 Définition****Fonction affine**

Une fonction affine est une fonction de la forme :

$$f : x \mapsto ax + b$$

où a (coefficient directeur) et b (ordonnée à l'origine) sont des nombres réels constants.

Exemple

La fonction $f(x) = 2x + 1$ est affine avec :

- Coefficient directeur $a = 2$
- Ordonnée à l'origine $b = 1$

2.2 Propriété du coefficient**Coefficient**

Pour une fonction affine $f(x) = ax + b$ et $x_1 \neq x_2$:

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

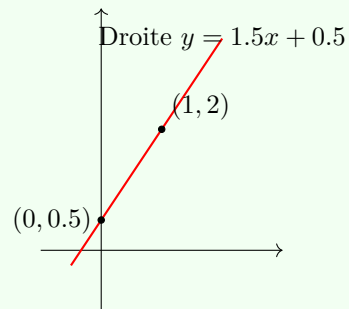
2.3 Représentation graphique**Graphique**

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite d'équation :

$$y = ax + b$$

où a est la pente et b l'ordonnée à l'origine.

Exemple



3 Exercices

3.1 Exercice 1

Exercice 1

- I. Soit la fonction linéaire $f(x) = -4x$.
0. Calculer l'image de 3, -5 et $\frac{7}{12}$
 0. Calculer $f(6.5)$
 0. Trouver les antécédents de -16, 16, 20 et -14
- II. Soit la fonction affine $g(x) = -2x + 1$.
0. Calculer $g(-5)$, $g(\frac{3}{2})$, $g(2)$
 0. Trouver l'image de -3 et 4
 0. Déterminer le nombre dont l'image est 13
 0. Calculer l'antécédent de -7
 0. Tracer la courbe de g

Solution Exercice 1**I. Fonction linéaire** $f(x) = -4x$

0. Images :

- $f(3) = -4 \cdot 3 = -12$
- $f(-5) = -4(-5) = 20$
- $f\left(\frac{7}{12}\right) = -4 \cdot \frac{7}{12} = -\frac{7}{3}$

0. $f(6.5) = -4 \cdot 6.5 = -26$

0. Antécédents :

- $-4x = -16 \Rightarrow x = 4$
- $-4x = 16 \Rightarrow x = -4$
- $-4x = 20 \Rightarrow x = -5$
- $-4x = -14 \Rightarrow x = 3.5$

II. Fonction affine $g(x) = -2x + 1$

0. Calculs :

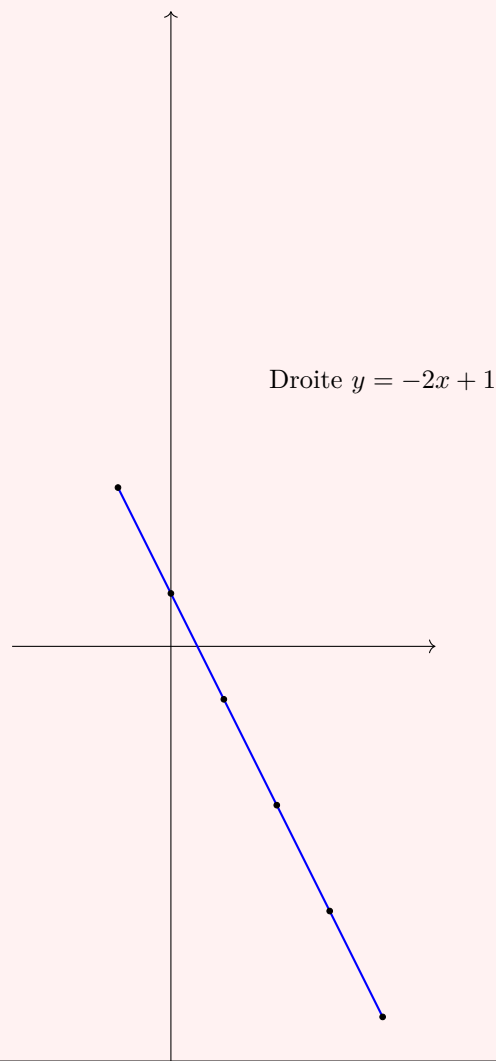
- $g(-5) = -2(-5) + 1 = 11$
- $g\left(\frac{3}{2}\right) = -2 \cdot \frac{3}{2} + 1 = -2$
- $g(2) = -2 \cdot 2 + 1 = -3$

0. Images :

- $g(-3) = -2(-3) + 1 = 7$
- $g(4) = -2 \cdot 4 + 1 = -7$

0. $-2x + 1 = 13 \Rightarrow -2x = 12 \Rightarrow x = -6$ 0. $-2x + 1 = -7 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow x = 4$

0. Graphique :



3.2 Exercice 3

Exercice 3

Soit f une fonction affine dont la représentation graphique passe par $M(-2; 3)$ et $N(5; -4)$.

0. Déterminer le coefficient de f
0. Déterminer l'expression de f
0. Le point $P(9; 6)$ appartient-il à la droite ?

Solution Exercice 3

0. Coefficient a :

$$a = \frac{f(5) - f(-2)}{5 - (-2)} = \frac{-4 - 3}{7} = -1$$

0. Expression de f : On sait que $f(x) = -x + b$ Avec $M(-2; 3)$: $3 = -(-2) + b \Rightarrow b = 1$ Donc $f(x) = -x + 1$
0. Vérification pour $P(9; 6)$: $f(9) = -9 + 1 = -8 \neq 6$ donc $P \notin$ droite

3.3 Exercice 5

Exercice 5

f est une fonction affine avec $f(3) - f(1) = -6$ et passant par $A(0; 2)$.

0. Déterminer $f(x)$
0. Calculer $f(1)$ et $f(-3)$
0. Résoudre $f(x) = -4$
0. Déterminer $g(x)$ linéaire parallèle à f
0. Résoudre $f(x) = g(x)$

Solution Exercice 5

0. Détermination de f :

$$a = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

Avec $A(0; 2)$: $2 = -3 \cdot 0 + b \Rightarrow b = 2$ Donc $f(x) = -3x + 2$

0. Calculs :

$$\begin{aligned} - f(1) &= -3 \cdot 1 + 2 = -1 \\ - f(-3) &= -3(-3) + 2 = 11 \end{aligned}$$

0. Résolution :

$$-3x + 2 = -4 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = 2$$

0. Fonction linéaire parallèle : Même coefficient $a = -3$ donc $g(x) = -3x$

0. Résolution :

$$-3x + 2 = -3x \Rightarrow 2 = 0$$

Pas de solution (droites parallèles distinctes)