

Statistiques

Niveau : 3^e Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Rappel
- II. Tableau des effectifs, effectifs cumulés, fréquences et fréquences cumulées
- III. Moyenne arithmétique
- IV. Médiane d'une série statistique
- V. Mode d'une série statistique
- VI. La dispersion
- VII. Exercices

1 Rappel

Définitions

Population : Ensemble de personnes ou d'objets étudiés.

Individu : Élément de la population.

Caractère : Particularité étudiée, peut être :

- Quantitatif discret : valeurs numériques finies
- Quantitatif continu : valeurs dans des intervalles (classes)
- Qualitatif : non numérique

Effectif : Nombre d'apparitions d'une valeur.

Effectif cumulé : Somme des effectifs jusqu'à une valeur.

Fréquence : Quotient de l'effectif par l'effectif total.

Fréquence cumulée : Rapport de l'effectif cumulé sur l'effectif total.

2 Tableau des effectifs, effectifs cumulés, fréquences et fréquences cumulées

2.1 Exemple 1 : Série en valeurs

Exemple

Notes des élèves en mathématiques :

Note	10	12	14	16	18
Effectif	4	8	15	7	6
Eff. cumulé	4	12	27	34	40
Fréquence	0.10	0.20	0.375	0.175	0.15
Fréq. cumulée	0.10	0.30	0.675	0.85	1.00
Total					40

2.2 Exemple 2 : Série en classes

Exemple

Tailles des élèves (en cm) :

Intervalle	150-160	160-170	170-180	180-190	Total
Centre	155	165	175	185	-
Effectif	5	12	18	5	40
Eff. cumulé	5	17	35	40	-
Fréquence	0.125	0.300	0.450	0.125	1.000
Fréq. cumulée	0.125	0.425	0.875	1.000	-

3 Moyenne arithmétique

Définition

La moyenne d'une série statistique est :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^p n_i \times x_i}{N}$$

où n_i est l'effectif de la valeur x_i et N l'effectif total.

3.1 Exemple 1 : Série en valeurs

Exemple

Calcul de la moyenne pour les notes :

$$m = \frac{10 \times 4 + 12 \times 8 + 14 \times 15 + 16 \times 7 + 18 \times 6}{40} = \frac{510}{40} = 12.75$$

3.2 Exemple 2 : Série en classes

Exemple

Pour les tailles, on prend le centre de classe :

$$m = \frac{155 \times 5 + 165 \times 12 + 175 \times 18 + 185 \times 5}{40} = \frac{6810}{40} = 170.25 \text{ cm}$$

4 Médiane d'une série statistique

Définition

La médiane est la valeur qui partage la série en deux parties de même effectif.

- Si N impair : valeur du $\frac{N+1}{2}$ -ième terme
- Si N pair : moyenne entre le $\frac{N}{2}$ -ième et $\frac{N}{2} + 1$ -ième terme

4.1 Exemple 1 : Effectif impair

Exemple

Série : 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (N=7)

Médiane : 7 (4ème terme)

4.2 Exemple 2 : Effectif pair

Exemple

Série : 4, 5, 6, 7, 8, 9 (N=6)

Médiane : $\frac{6+7}{2} = 6.5$

4.3 Application

Exemple

Pour les notes avec N=40 (pair) :

$$\text{Médiane} = \frac{14 + 14}{2} = 14$$

5 Mode d'une série statistique

Définition

Le mode est la valeur (ou classe) ayant le plus grand effectif.

5.1 Exemple 1

Exemple

Pour les notes : Mode = 14 (effectif 15)

5.2 Exemple 2

Exemple

Pour les tailles : Classe modale = 170-180

6 La dispersion

Définition

Une série est moins dispersée si ses valeurs sont plus proches de la moyenne.

6.1 Exemple

Exemple

Ahmed : 12, 13, 12, 14, 13 (moyenne=12.8, peu dispersé)

Omar : 8, 10, 15, 14, 13 (moyenne=12, plus dispersé)

7 Exercices

7.1 Exercice 1

Exercice 1

Notes : 14,6,14,6,7,12,14,13,15,9,8,12,9,12,12,16,12,9,13,9,6,7,8,9,15,12,14,14,13,6,15,13,12,9,9,7,6,12,7,15

1. Construire le tableau statistique complet
2. Déterminer médiane et mode
3. Calculer la moyenne
4. Faire un diagramme en bâtons

Solution Exercice 1

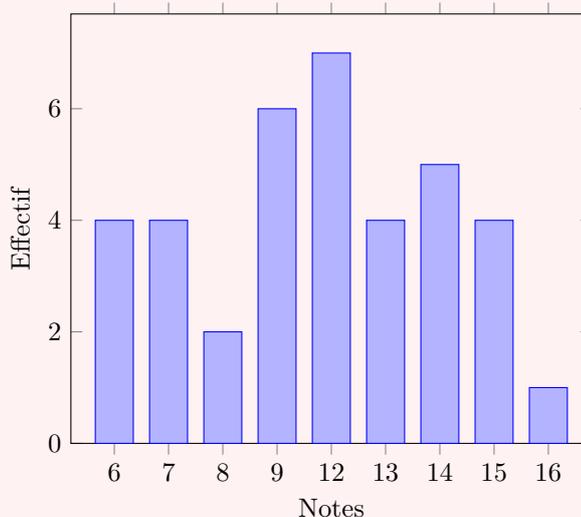
1. Tableau :

Note	6	7	8	9	12	13	14	15	16
Effectif	4	4	2	6	7	4	5	4	1
Eff. cum.	4	8	10	16	23	27	32	36	37
Fréquence	0.10	0.10	0.05	0.15	0.175	0.10	0.125	0.10	0.025
Fréq. cum.	0.10	0.20	0.25	0.40	0.575	0.675	0.80	0.90	0.925
Total									37

2. Médiane : 12 (19ème valeur)
Mode : 12 (effectif 7)
3. Moyenne :

$$m = \frac{6 \times 4 + 7 \times 4 + \dots + 16 \times 1}{37} = \frac{407}{37} \approx 11$$

4. Diagramme :



7.2 Exercice 2

Exercice 2

Répartition des notes :

Note	8	10	12	14	16	18
Effectif	2	5	8	10	3	2

1. Compléter le tableau
2. Calculer moyenne, médiane, mode
3. Pourcentage de notes \geq moyenne

Solution Exercice 2

1. Tableau complété :

Note	8	10	12	14	16	18
Effectif	2	5	8	10	3	2
Eff. cum.	2	7	15	25	28	30
Fréquence	0.067	0.167	0.267	0.333	0.100	0.067
Fréq. cum.	0.067	0.233	0.500	0.833	0.933	1.000
Total						30

2. Moyenne : 12.8

Médiane : 13 (moyenne des 15ème et 16ème valeurs)

Mode : 14 (effectif 10)

3. Pourcentage : 50% (15 élèves sur 30)

7.3 Exercice 3**Exercice 3**

Notes en classes :

Intervalle	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
Centre	2	6	10	14	18
Effectif	3	5	10	7	5

1. Compléter le tableau

2. Déterminer mode et médiane

3. Calculer la moyenne

Solution Exercice 3

1. Tableau complété :

Intervalle	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
Centre	2	6	10	14	18
Effectif	3	5	10	7	5
Eff. cum.	3	8	18	25	30
Fréquence	0.10	0.167	0.333	0.233	0.167
Fréq. cum.	0.10	0.267	0.600	0.833	1.000
Total					30

2. Classe modale : 8-12

Médiane dans 8-12 (15ème valeur)

3. Moyenne : 10.8