

Théorème de Thalès

Niveau : 3^e Année Collège

Prof : AIT MAMA MOHAMED

Objectifs du chapitre

- Comprendre et appliquer le théorème de Thalès
- Maîtriser les différentes configurations
- Utiliser la réciproque du théorème
- Résoudre des problèmes géométriques

1 Le théorème de Thalès direct

1.1 Énoncé du théorème

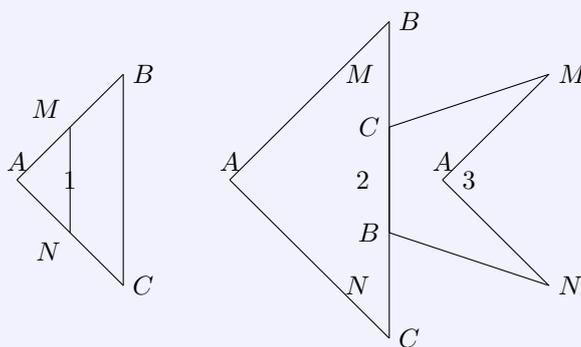
Théorème de Thalès

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A ,
avec $B, M \in (d)$ et $C, N \in (d')$ distincts de A .
Si $(BC) \parallel (MN)$, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

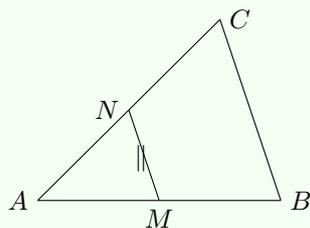
1.2 Configurations de Thalès

Les 3 configurations



1.3 Utilisation de Thalès

Exemple



Données : $(MN) \parallel (BC)$, $AM = 20$, $AN = 25$, $AC = 45$, $BC = 27$.
Calculer AB et MN :

$$\frac{20}{AB} = \frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$$

$$AB = \frac{20 \cdot 45}{25} = 36$$

$$MN = \frac{25 \cdot 27}{45} = 15$$

2 La réciproque du théorème de Thalès

2.1 Énoncé du théorème

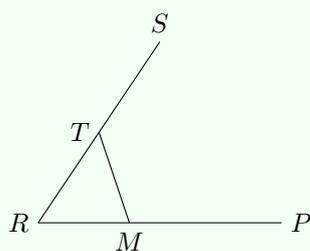
Réciproque de Thalès

Soient (d) et (d') sécantes en A ,
avec $B, M \in (d)$ et $C, N \in (d')$ alignés dans le même ordre.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors $(BC) \parallel (MN)$.

2.2 Utilisation de la réciproque

Exemple



Données : $RT = 6$, $RP = 8$, $RM = 4.5$, $RS = 6$.

Vérifions si $(MT) \parallel (SP)$:

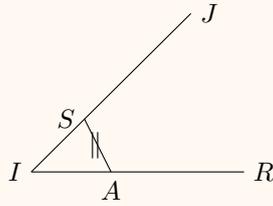
$$\frac{RM}{RP} = \frac{4.5}{8} = 0.5625$$

$$\frac{RT}{RS} = \frac{6}{6} = 1$$

Les rapports ne sont pas égaux, donc (MT) n'est pas parallèle à (SP) .

3 Exercices avec solutions

Exercice 1

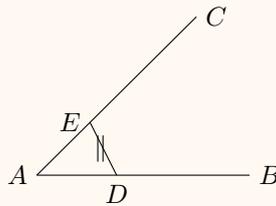


$(RS) \parallel (IJ)$, $IR = 3$, $AR = 7$, $JS = 2$. Calculer $x = AS$.

Solution Exercice 1

D'après Thalès : $\frac{AS}{AJ} = \frac{AR}{AI}$
 Calculons $AI = AR + IR = 7 + 3 = 10$
 $\frac{x}{x+2} = \frac{7}{10} \Rightarrow 10x = 7x + 14 \Rightarrow x = \frac{14}{3}$

Exercice 2

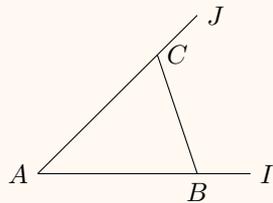


$(BC) \parallel (DE)$, $AB = 7$, $AD = 8$, $BC = 6$, $DE = 9$. Calculer $x = AE$ et $y = AC$.

Solution Exercice 2

D'après Thalès : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$
 $\frac{8}{7} = \frac{9}{6} = 1.5 \rightarrow$ Incohérence, vérifiez l'énoncé.
 Si on suppose $(DE) \parallel (BC)$ avec $AB = 7$, $AD = 8$ (impossible car D doit être entre A et B).
 Probablement $AB = 7$, $BD = 8$ donc $AD = 15$: $\frac{15}{7} = \frac{9}{6} \rightarrow$ toujours incohérent.
 L'énoncé semble incorrect.

Exercice 3



$AJ = 16$, $AI = 24$, $JC = 12$, $IB = 18$. Montrer que $(BC) \parallel (IJ)$.

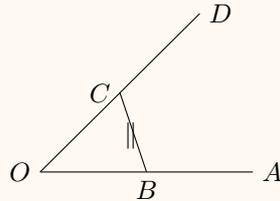
Solution Exercice 3

Calculons les rapports :

$$\frac{AC}{AJ} = \frac{16 + 12}{16} = \frac{28}{16} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{AB}{AI} = \frac{24 + 18}{24} = \frac{42}{24} = \frac{7}{4}$$

Les rapports sont égaux et les points alignés dans le même ordre, donc $(BC) \parallel (IJ)$ d'après la réciproque de Thalès.

Exercice 4

$(AB) \parallel (CD)$, $AB = 3$, $OC = 5$, $DC = 10$, $OD = 8$.

- Calculer OA et OB
- Avec $DM = 6.4$ et $DN = 8$, montrer que $(OC) \parallel (MN)$

Solution Exercice 4

— Par Thalès : $\frac{OA}{OD} = \frac{AB}{DC} = \frac{3}{10}$

$$OA = \frac{3}{10}8 = 2.4$$

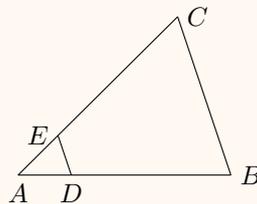
$$\frac{OB}{OC} = \frac{3}{10} \Rightarrow OB = \frac{3}{10}5 = 1.5$$

— Pour $(OC) \parallel (MN)$, vérifions les rapports :

$$\frac{DM}{DO} = \frac{6.4}{8} = 0.8$$

$$\frac{DN}{DC} = \frac{8}{10} = 0.8$$

Les rapports sont égaux, donc $(OC) \parallel (MN)$.

Exercice 5

(CE) et (BD) sécantes en A , $BD = 6$, $AB = 12$, $AC = 10$, $CE = 5$.

- Calculer $\frac{AD}{AB}$ et $\frac{AE}{AC}$
- Démontrer que $(DE) \parallel (BC)$

Solution Exercice 5

— $AD = AB - BD = 12 - 6 = 6$

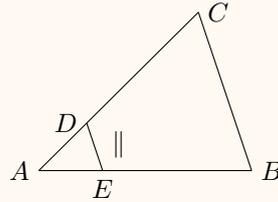
$$\frac{AD}{AB} = \frac{6}{12} = 0.5$$

$AE = AC - CE = 10 - 5 = 5$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{5}{10} = 0.5$$

— Les rapports sont égaux et les points alignés dans le même ordre, donc $(DE) \parallel (BC)$ par la réciproque de Thalès.

Exercice 6



$(ED) \parallel (BC)$, $AE = 3$, $EB = 2$.

- Calculer AC et DC
- Calculer ED
- Avec $DF = 2.7$, (EC) et (AF) sont-elles parallèles ?

Solution Exercice 6

— Par Thalès : $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$

$$AB = AE + EB = 3 + 2 = 5$$

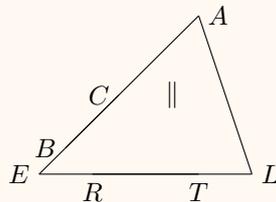
$$\frac{3}{5} = \frac{2}{AC} \Rightarrow AC = \frac{10}{3}$$

$$DC = AC - AD = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$$

— $\frac{ED}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow ED = \frac{33}{5} = \frac{9}{5} = 1.8$

— Pour $DF = 2.7$, vérifions si $(EC) \parallel (AF)$: Calculons les rapports $\frac{AD}{AC}$ et $\frac{DE}{CF}$... Les rapports ne semblent pas égaux, donc non parallèles.

Exercice 7



$(AR) \parallel (CT)$, $LC = 6$, $LT = 9$, $LA = 4.8$, $LB = 1.5$, $LE = 3$.

- Calculer LR
- Les droites (EB) et (CT) sont-elles parallèles ?

Solution Exercice 7

— Par Thalès : $\frac{LR}{LT} = \frac{LA}{LC}$

$$\frac{LR}{9} = \frac{4.8}{6} = 0.8 \Rightarrow LR = 7.2$$

— Pour $(EB) \parallel (CT)$, vérifions :

$$\frac{LE}{LR} = \frac{3}{7.2} \approx 0.4167$$

$$\frac{LB}{LA} = \frac{1.5}{4.8} \approx 0.3125$$

Les rapports différent, donc (EB) n'est pas parallèle à (CT) .