Triangles isométriques et semblables

Niveau : 3e Année Collège

Prof :AIT MAMA MOHAMED

Objectifs du chapitre

— Reconnaître des triangles isométriques
— Identifier des triangles semblables
— Appliquer les cas d'isométrie et de similitude
— Résoudre des problèmes géométriques

1 Triangles isométriques

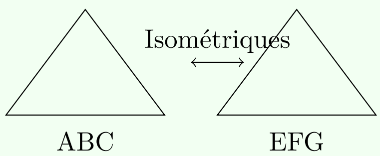
1.1 Définition et propriétés

Définition

Deux triangles sont **isométriques** s'ils sont superposables, c'est-à-dire s'ils ont :

— Les mêmes longueurs de côtés
— Les mêmes mesures d'angles

Exemple



Si $AB = EF$, $AC = EG$, $BC = FG$ et les angles correspondants égaux, alors $ABC \equiv EFG$.

1.2 Cas d'isométrie

Cas d'isométrie

0. **Cas CCC** : 3 côtés égaux
0. **Cas CAC** : 2 côtés égaux et angle compris égal
0. **Cas ACA** : 2 angles égaux et côté adjacent égal

2 Triangles semblables

2.1 Définition et propriétés

Définition

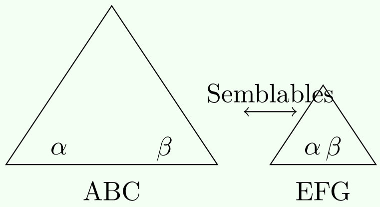
Deux triangles sont **semblables** s'ils ont :

— Les angles correspondants égaux

— Les côtés correspondants proportionnels

Le rapport de proportionnalité est appelé **rapport de similitude**.

Exemple



Si $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{B} = \widehat{F}$, $\widehat{C} = \widehat{G}$ et $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG} = k$, alors $ABC \sim EFG$.

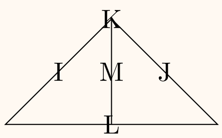
2.2 Cas de similitude

Cas de similitude

0. **AA** : 2 angles égaux
0. **CAC** : angle égal entre côtés proportionnels
0. **CCC** : 3 côtés proportionnels

3 Exercices avec solutions

Exercice 1



$ILJK$ est un parallélogramme de centre M.

— Montrer que $LKJ \equiv IJL$

— Montrer que $LMK \equiv IJM$

Solution Exercice 1

— Dans le parallélogramme $ILJK$:

  — $LK = IJ$ (côtés opposés)

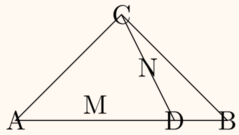
  — $KJ = IL$ (côtés opposés)

  — JL commun

  — Donc $LKJ \equiv IJL$ (cas CCC)

— $LM = IM$ (diagonales se coupent en leur milieu) $KM = JM$ (idem) $\widehat{LMK} = \widehat{IMJ}$ (angles opposés) Donc $LMK \equiv IJM$ (cas CAC)

Exercice 4



$ABCD$ est un parallélogramme, $N \in [DC]$. (AN) coupe (BC) en M.

— Montrer que $ADN \sim ABM$

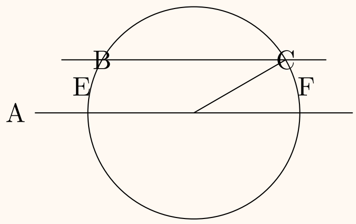
— Démontrer que $DNBM = ABAD$

Solution Exercice 4

— $\widehat{DAN} = \widehat{BAM}$ (angles opposés) $\widehat{ADN} = \widehat{ABM}$ (angles alternes-internes) Donc $ADN \sim ABM$ (cas AA)

— Par similitude : $\frac{DN}{BM} = \frac{AD}{AB}$ Donc $DNAB = BMAD$

Exercice 6



(C) est un cercle, A extérieur. () coupe (C) en E, F et $(')$ en B, C.

— Comparer ABF et AEC

— Démontrer $\widehat{AEC} = \widehat{FBA}$

— Démontrer $AEAF = ABAC$

Solution Exercice 6

— $\widehat{EAC}$ commun $\widehat{AEC} = \widehat{FBA}$ (angles inscrits interceptant le même arc) Donc $ABF \sim AEC$ (cas AA)

— Angles inscrits interceptant l'arc FC

— Par similitude : $\frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AF}$ Donc $AEAF = ABAC$