

Oscillations libres dans un circuit RLC séri

Niveau : 2ème Année Bac

Professeur : AIT MAMA MOHAMED

Sommaire

- I. Le circuit RLC
- II. Décharge d'un condensateur
- III. Oscillations non amorties (LC)
- IV. Transfert d'énergie
- V. Entretien des oscillations
- VI. Exercices

1 Le circuit RLC

Définition

Association série d'une résistance R , d'une bobine L et d'un condensateur C .

Même avec une résistance interne r de la bobine, on parle toujours de circuit RLC.

2 Décharge d'un condensateur dans une bobine

2.1 Montage expérimental

Expérience

Montage :

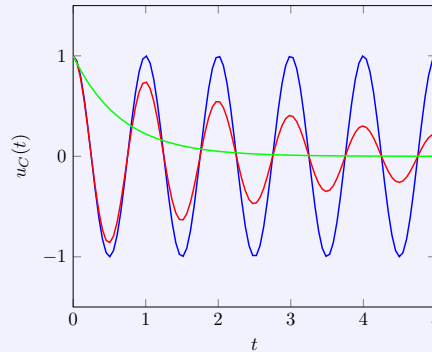


Observation : Oscillations amorties de la tension u_C due à l'effet Joule dans R .

2.2 Régimes d'amortissement

Types de régimes

- **Périodique** ($R = 0$) : Oscillations non amorties
- **Pseudopériodique** (R faible) : Oscillations amorties
- **Apériodique** (R grande) : Pas d'oscillations



2.3 Équation différentielle

Équation du circuit RLC

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

Pseudo-période : Intervalle entre deux maxima consécutifs

Facteur de qualité :

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- $Q > 0.5$: Régime pseudopériodique
- $Q = 0.5$: Régime critique
- $Q < 0.5$: Régime apériodique

3 Oscillations non amorties (circuit LC)

3.1 Circuit idéal LC

Circuit LC pur

Équation différentielle :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

Solution :

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

Période propre :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

3.2 Expressions des grandeurs

Charge et courant

Charge :

$$q(t) = q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

Courant :

$$i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

avec $I_m = q_m \frac{2\pi}{T_0}$

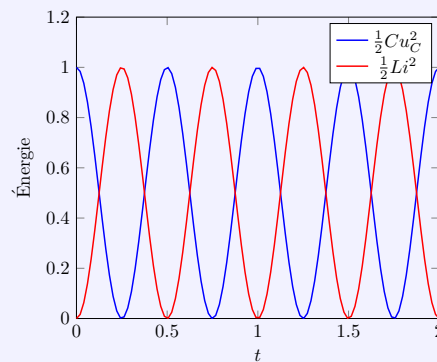
4 Transfert d'énergie

4.1 Énergie totale

Conservation de l'énergie

$$E_T = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \text{constante}$$

Transfert périodique entre énergie magnétique et électrique.



5 Entretien des oscillations

Oscillations entretenues

Pour compenser les pertes par effet Joule, on ajoute un générateur d'entretien :

$$u_G = K \cdot i$$

Lorsque $K = R + r$, les oscillations sont entretenues.

6 Exercices

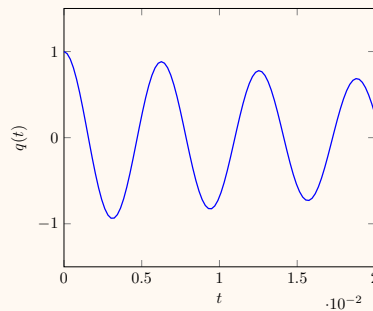
6.1 Exercice 1

Exercice 1

Circuit RLC avec $E = 12 \text{ V}$, $C = 1 \mu\text{F}$:



Courbe $q(t)$ obtenue :



1. Nommer le régime observé
2. Calculer L ($\pi^2 = 10$)
3. Variation d'énergie entre $t_1 = 0$ et $t_2 = 18 \text{ ms}$
4. Équation différentielle avec générateur ($u_G = K \cdot i$)
5. Calculer r pour $K = 11$

Solution Exercice 1

1. Régime pseudopériodique
2. $T_0 \approx 2 \text{ ms}$, $L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} \approx 0.1 \text{ H}$
3. $\Delta E_T = \frac{1}{2C}(q(t_2)^2 - q(0)^2) < 0$ (pertes par effet Joule)
4. $L \frac{d^2 q}{dt^2} + (R + r - K) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$
5. Pour $K = R + r \Rightarrow r = 1 \Omega$

6.2 Exercice 2

Exercice 2

Circuit RLC avec $C = 95 \mu\text{F}$, $E = 10 \text{ V}$, $L = 9.6 \text{ mH}$, $R = 2 \Omega$:



Courbe $u_C(t)$:

$$u_C = U_0 e^{-\alpha t} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

1. Établir l'équation différentielle
2. Exprimer U_1 à $t = T$
3. Montrer que $u_C(nT) = U_0 e^{-\alpha nT}$ entre $u_C(nT)$ et U_1
4. Énergie dissipée en 3 pseudo-périodes

Solution Exercice 2

1. $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + 2\alpha \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$ avec $\alpha = \frac{R}{2L}$
2. $U_1 = U_0 e^{-\alpha T} \cos(2\pi) = U_0 e^{-\alpha T}$
3. Par récurrence
4. $E_{\text{diss}} = \frac{1}{2} C (U_0^2 - U_3^2)$

6.3 Exercice 3**Exercice 3**

Circuit RLC avec $E = 12 \text{ V}$, $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 0.1 \text{ H}$:



Courbe $u_C(t)$ avec points A et B :

1. Cause de l'amortissement
2. Type de régime
3. Durée entre A et B
4. Équation différentielle
5. Rôle du dispositif d'entretien
6. Calculer T_0 et f_0
7. Comparaison avec la note La3 (440 Hz)
8. Modification pour obtenir La3
9. Nature de la note pour $L = 232 \text{ mH}$

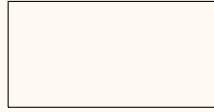
Solution Exercice 3

1. Résistance R
2. Pseudopériodique
3. Pseudo-période T
4. $L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$
5. Compensation des pertes par effet Joule
6. $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \approx 2 \text{ ms}$, $f_0 = 500 \text{ Hz}$
7. $500 \text{ Hz} > 440 \text{ Hz}$ (entre La3 et Si3)
8. Augmenter L ou C
9. $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.232 \times 10^{-6}}} \approx 330 \text{ Hz}$ (Mi3)

6.4 Exercice 4

Exercice 4

Montage avec E , C , L , R variable :



1. Équation différentielle pour la charge
2. Solution $u_C(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$
3. Unité de α
4. $E_{e,\max} = \frac{1}{2}CE^2$
5. $E_e = E_{e,\max}(1 - e^{-t/\tau})^2$
6. Détermination graphique de τ
7. Calcul de C pour $E = 10 \text{ V}$
8. Calcul de R
9. Régimes des courbes
10. Charge à $t = 0$
11. Pseudo-période T
12. Calcul de L ($\pi^2 = 10$)
13. Diminution de l'énergie totale
14. Équation différentielle pour $R = 0$
15. Solution $u_C = A \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$

Solution Exercice 4

1. $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$
2. $A = E$, $\alpha = 1/RC$
3. $[\alpha] = \text{s}^{-1}$
4. Énergie maximale stockée
5. Dérivation de $u_C(t)$
6. τ par méthode des 63%
7. $C = \frac{2E_{e,\max}}{E^2}$
8. $R = \tau/C$
9. Courbe 1 : apériodique, Courbe 2 : pseudopériodique
10. $q(0) = CE$
11. Lecture graphique
12. $L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$
13. Pertes par effet Joule
14. $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$
15. $A = E$ (condition initiale)

Fin de la séance - Bon travail !