ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⴻⵙⵙⵉ ⴰⵣⵣⴰⵏⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية - خيار فرنسية

الدورة العادية 2016

- الموضوع -

NS22F

★★

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- **Nombre de pages : 4 (La première page contient des instructions générales et les composantes du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l’examen) ;**
- **L’utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l’épreuve suivant l’ordre qui lui convient ;**
- **L’utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;**
- **Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l’exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants.**

COMPOSANTES DU SUJET

- L’épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2.5 points
Exercice 2	Géométrie dans l’espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul de probabilités	3 points
Problème	Etude d’une fonction numérique et calcul intégral	8.5 points

- Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 (2.5 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{3+u_n}{5-u_n}$ pour tout entier naturel n

0.75 1) Vérifier que $u_{n+1} - 3 = \dfrac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$ pour tout entier naturel n puis montrer par récurrence que $u_n < 3$ pour tout entier naturel n

2)Soit (v_n) la suite numérique définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{3 - u_n}$ pour tout entier naturel n

0.75 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ puis en déduire que $v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ pour tout entier naturel n

0.5 b) Montrer que $u_n = \dfrac{1+3v_n}{1+v_n}$ pour tout entier naturel n puis écrire u_n en fonction de n

0.5 c) Déterminer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(2,1,3)$, $B(3,1,1)$, $C(2,2,1)$ et la sphère (S) d'équation :

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

0.5 1)a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 b)En déduire que $2x + 2y + z - 9 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0.5 2)a) Montrer que la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(1,-1,0)$ et pour rayon 6

0.5 b) Montrer que $d(\Omega,(ABC)) = 3$ et en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ)

0.5 3)a)Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC)

0.5 b) Montrer que le point B est le centre du cercle (Γ)

Exercice 3 (3 points)

0.75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4z + 29 = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{e_1}, \vec{e_2}\right)$, on considère les points Ω , A et B d'affixes respectives ω , a et b telles que $\omega = 2+5i$, $a = 5+2i$ et $b = 5+8i$

0.75 a)Soit u le nombre complexe tel que $u = b - \omega$

Vérifier que $u = 3+3i$ puis montrer que $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

0.25 b) Déterminer un argument du nombre complexe $\overline{u}$ ($\overline{u}$ étant le conjugué de u)

0.75 c) Vérifier que $a - \omega = \overline{u}$ puis en déduire que $\Omega A = \Omega B$ et que $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

0.5 d) On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Déterminer l'image du point A par la rotation R

Exercice 4 (3 points)

Une urne contient 10 boules : quatre boules rouges et six boules vertes.

(Les boules sont indiscernables au toucher)

On tire au hasard , simultanément , deux boules de l'urne.

1 1) Soit A l'évènement : « Les deux boules tirées sont rouges » .

Montrer que $p(A) = \frac{2}{15}$

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges restantes dans l'urne après le tirage des deux boules.

0.5 a) Montrer que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{2 , 3 , 4\}$

1.5 b) Montrer que $p(X = 3) = \frac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Problème (8.5 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $I\!R$ par : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$

Soit (C_f) **la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **(unité:** $1cm$**)**

0.25 **I-1)a)Montrer que** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

0.5 **b)Montrer que la droite** (D) **d'équation** $y=2x-2$ **est asymptote à la courbe** (C_f) **au voisinage de** $-\infty$

0.5 **2)a)Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 **b)Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ **puis interpréter géométriquement ce résultat.**

0.5 **3)a)Montrer que** $f'(x)=2\left(e^{x}-1\right)^{2}$ **pour tout nombre réel** x

0.25 **b) Donner le tableau de variations de la fonction** f **sur** $I\!R$ **(Remarquer que** $f'(0)=0$ **)**

0.75 **c) Montrer qu'il existe un réel unique** α **de l'intervalle** $]1\,,\ln 4[$ **tel que** $f(\alpha)=0$

0.5 **4)a)Montrer que la courbe** (C_f) **est située au dessus de la droite** (D) **sur l'intervalle** $]\ln 4,+\infty[$ **et en dessous de la droite** (D) **sur l'intervalle** $]-\infty,\ln 4[$

0.5 **b) Montrer que la courbe** (C_f) **admet un point d'inflexion unique de coordonnées** $(0\,,-5)$

0.75 **c)Construire la droite** (D) **et la courbe** (C_f) **dans le même repère** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **(on prendra** $\ln 4\approx 1{,}4$ **et** $\alpha\approx 1{,}3$**)**

0.5 **5)a) Montrer que** $\displaystyle\int_0^{\ln 4}\left(e^{2x}-4e^{x}\right)dx=-\frac{9}{2}$

0.5 **b) Calculer , en** cm^2**, l'aire du domaine plan limité par la courbe** (C_f)**, la droite** (D)**, l'axe des ordonnées et la droite d'équation** $x=\ln 4$

0.5 **II-1)a) Résoudre l'équation différentielle** (E) : $y''-3y'+2y=0$

0.5 **b) Déterminer la solution** g **de l'équation** (E) **vérifiant** $g(0)=-3$ **et** $g'(0)=-2$

2)Soit h **la fonction numérique définie sur l'intervalle** $]\ln 4,+\infty[$ **par :** $h(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}\right)$

0.75 **a) Montrer que la fonction** h **admet une fonction réciproque** h^{-1} **et que** h^{-1} **est définie sur** $I\!R$

0.75 **b) Vérifier que** $h(\ln 5)=\ln 5$ **puis déterminer** $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة العادية 2016
- عناصر الإجابة -
NR22F

★★

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

On prendra en considération les différentes étapes menant à la solution .
On acceptera toute autre méthode correcte .

Exercice 1 (2.5 points)

0.75	1) 0.25 pour la vérification et 0.5 pour le raisonnement par récurrence
1.75	2)a) 0.5 pour (v_n) est une suite géométrique et 0.25 pour $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$
	b) 0.25 pour l'égalité et 0.25 pour l'écriture de u_n en fonction de n
	c) 0.25 pour $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ et 0.25 pour $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

Exercice 2 (3 points)

1	1)a) 0.5	b) 0.5
1	2)a) 0.5	
	b) 0.25 pour la formule de la distance et 0.25 pour la déduction	
1	3)a) 0.5	b) 0.5

Exercice 3 (3 points)

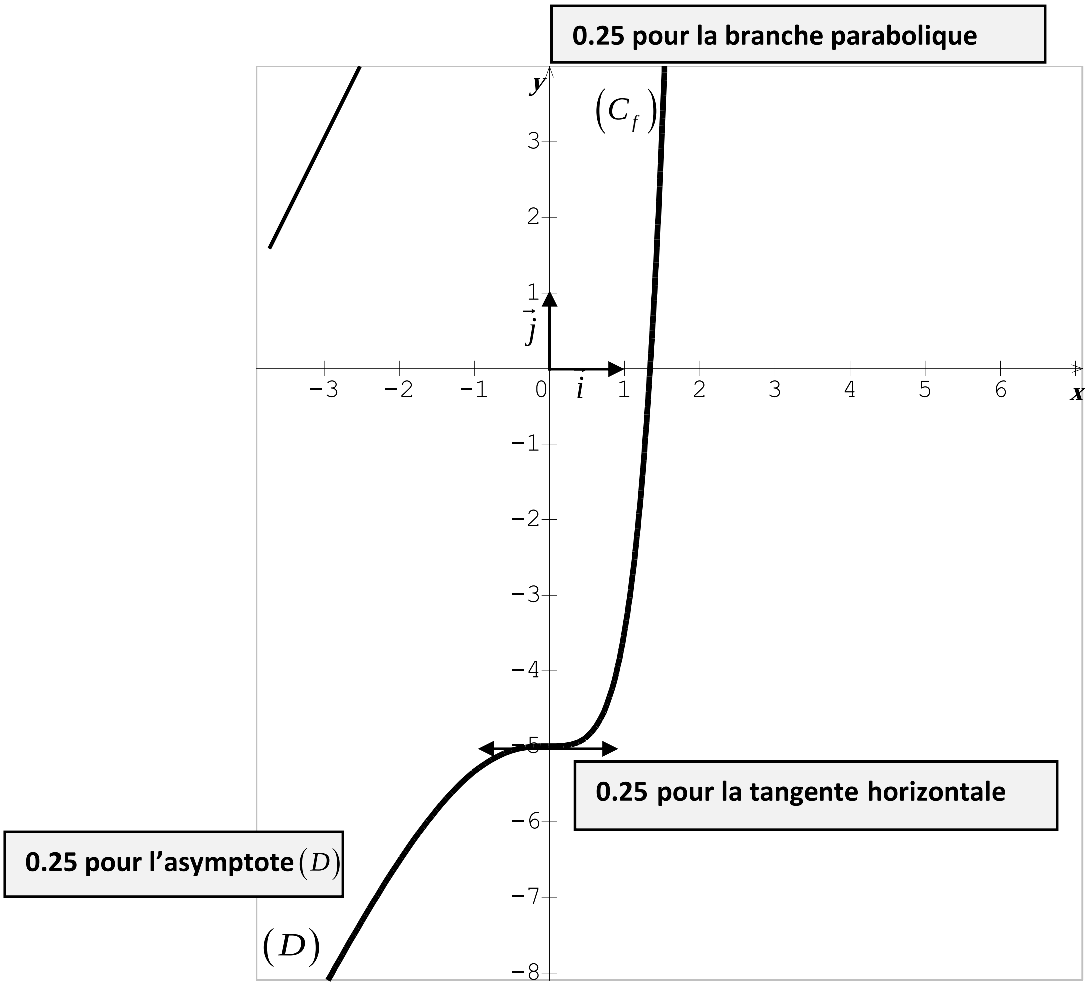
0.75	1) 0.25 pour le calcul du discriminant et 0.25 pour chaque solution (on attribuera 0.75 pour toute autre méthode permettant de déterminer les deux solutions de l'équation)
2.25	2)a) 0.25 pour la vérification et 0.5 pour un argument de u
	b) 0.25
	c) 0.25 pour la vérification et 0.25 pour l'égalité $\Omega A = \Omega B$ et 0.25 pour un argument de $\frac{b-\omega}{a-\omega}$
	d) 0.5

Exercice 4 (3 points)

1	1) 1 pour le résultat
2	2) a) 0.5
	b) 0.75 pour $p(X=3) = \frac{8}{15}$, 0.25 pour $p(X=2) = \frac{2}{15}$ et 0.5 pour $p(X=4) = \frac{1}{3}$

Problème (8.5 points)

0.75	**I-1) a) 0.25 b) 0.5**
1	**2) a) 0.5 b) 0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation**
1.5	**3) a) 0.5 b) 0.25**
	c) 0.25 pour f **continue et strictement croissante sur** $[1,\ln 4]$ **; 0.25 pour** $f(1)<0$
	et 0.25 pour $f(\ln 4)>0$
1.75	**4) a) 0.25 pour la position sur** $]\ln 4,+\infty[$ **et 0.25 pour la position sur** $]-\infty,\ln 4[$
	b) 0.5 c) 0.75 (voir la figure ci-dessous)
1	**5) a) 0.25 pour une fonction primitive et 0.25 pour le résultat**
	b)0.25 pour l'aire en cm^2 **est** $\int_0^{\ln 4}(2x-2-f(x))dx$ **et 0.25 pour l'aire est égale à** $\frac{9}{2}\,cm^2$
1	**II-1) a) 0.25 pour les solutions de l'équation caractéristique et 0.25 pour la solution générale de l'équation différentielle est** $y=ae^{2x}+be^{x}$ **où** a **et** b **sont deux réels.**
	b) 0.5 pour $g(x)=e^{2x}-4e^{x}$
1.5	**2)a) 0.5 pour** h **continue et strictement croissante sur** $]\ln 4,+\infty[$
	et 0.25 pour $h\left(]\ln 4,+\infty[\right)=\mathbb{R}$
	b) 0.25 pour $h(\ln 5)=\ln 5$ **;**
	0.25 (pour h **dérivable en** $\ln 5$ **et** $h'(\ln 5)\neq 0$ **) et 0.25 pour** $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)=\frac{1}{6}$



★★

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية - خيار فرنسية
الدورة العادية 2017
- الموضوع -

NS 22F

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Géométrie dans l'espace.**	**3 points**
Exercice 2	**Calcul de probabilités.**	**3 points**
Exercice 3	**Nombres complexes.**	**3 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques.**	**11 points**

- Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le plan (P) passant par le point $A(0,1,1)$ et dont $\vec{u}(1,0,-1)$ est un vecteur normal et la sphère (S) de centre le point $\Omega(0,1,-1)$ et de rayon $\sqrt{2}$

0.5 1) a) Montrer que $x - z + 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P)

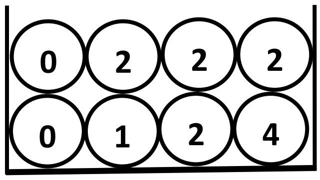
0.75 b) Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) et vérifier que $B(-1,1,0)$ est le point de contact.

0.25 2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale au plan (P)

0.75 b) Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) au point $C(1,1,0)$

0.75 3) Montrer que $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{k}$ et en déduire l'aire du triangle OCB

Exercice 2 (3 points)



Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant chacune un nombre comme indiqué sur la figure ci-contre.
On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

1.5 1) Soit A l'événement : « Parmi les trois boules tirées, aucune boule ne porte le nombre 0 »
et B l'événement : « Le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égal à 8 »

Montrer que $p(A) = \frac{5}{14}$ et que $p(B) = \frac{1}{7}$

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.

0. 5 a) Montrer que $p(X = 16) = \frac{3}{28}$

1 b) Le tableau ci-contre concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire X

x_i	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

Recopier sur votre copie et compléter le tableau en justifiant chaque réponse.

Exercice 3 (3 points)

On considère les nombres complexes a et b tels que $a=\sqrt{3}+i$ et $b=\sqrt{3}-1+\left(\sqrt{3}+1\right)i$

0.25 1) a) Vérifier que $b=(1+i)a$

0.5 b) En déduire que $|b|=2\sqrt{2}$ et que $\arg b\equiv\dfrac{5\pi}{12}\ [2\pi]$

0.5 c) Déduire de ce qui précède que $\cos\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A et B d'affixes respectives a et b et le point C d'affixe c telle que $c=-1+i\sqrt{3}$

0.75 a) Vérifier que $c=ia$ et en déduire que $OA=OC$ et que $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$

0.5 b) Montrer que le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$

0.5 c) En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un carré.

Problème (11 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

0.25 1) Vérifier que $g(1)=0$

1 2) A partir du tableau de variations de la fonction g ci-dessous :

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

Montrer que $g(x)\leq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,,1]$

et que $g(x)\geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\,,+\infty[$

II-On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par: $f(x)=x+\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité: $1cm$)

0.5 1) Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ et interpréter géométriquement le résultat.

0.25 2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 b) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite (D) d'équation $y=x$

1 **3) a) Montrer que** $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ **pour tout** x **appartenant à l'intervalle** $]0,+\infty[$

0.75 **b) Montrer que** f **est décroissante sur l'intervalle** $]0\,,1]$ **et croissante sur l'intervalle** $[1\,,+\infty[$

0.25 **c) Dresser le tableau de variations de la fonction** f **sur l'intervalle** $]0,+\infty[$

0.5 **4) a) Résoudre dans l'intervalle** $]0,+\infty[$ **l'équation** $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x=0$

0.5 **b) En déduire que la courbe** (C) **coupe la droite** (D) **en deux points dont on déterminera les coordonnées.**

0.75 **c) Montrer que** $f(x)\le x$ **pour tout** x **appartenant à l'intervalle** $[1\ ,\ 2]$ **et en déduire la position relative de la courbe** (C) **et la droite** (D) **sur l'intervalle** $[1\ ,\ 2]$

1 **5) Construire, dans le même repère** $(O,\vec{i},\vec{j})$**, la droite** (D) **et la courbe** (C) **(On admettra que la courbe** (C) **possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est comprise entre** $2,4$ **et** $2,5$**)**

0.5 **6) a) Montrer que** $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

0.25 **b) Montrer que la fonction** $H:x\mapsto 2\ln x-x$ **est une fonction primitive de la fonction** $h:x\mapsto\dfrac{2}{x}-1$ **sur l'intervalle** $]0,+\infty[$

0.5 **c) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que** $\displaystyle\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$

0.5 **d) Calculer, en** cm^2**, l'aire du domaine plan limité par la courbe** (C)**, la droite** (D) **et les droites d'équations** $x=1$ **et** $x=2$

III-On considère la suite numérique (u_n) **définie par :**

$$u_0=\sqrt{3} \quad \text{et} \quad u_{n+1}=f(u_n) \text{ pour tout entier naturel } n$$

0.5 **1) Montrer par récurrence que** $1\le u_n\le 2$ **pour tout entier naturel** n

0.5 **2) Montrer que la suite** (u_n) **est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question II-4)c))**

0.75 **3) En déduire que la suite** (u_n) **est convergente et déterminer sa limite.**

★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية - خيار فرنسية
الدورة العادية 2017
- عناصر الإجابة -

NR 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

On prendra en considération les différentes étapes menant à la solution .
On acceptera toute autre méthode correcte .

Exercice 1 (3 points)

1.25 **1) a) 0.5**

b) 0.25 pour $d(\Omega,(P))=\sqrt{2}$ **, 0.25 pour** (P) **tangent à** (S) **et 0.25 pour la vérification.**

1 **2) a) 0.25**

b) 0.5 pour la droite (Δ) **est tangente à** (S) **et 0.25 pour** C **est le point de contact.**

0.75 **3) 0.5 pour le produit vectoriel et 0.25 pour l'aire est égale à** 1

Exercice 2 (3 points)

1.5 **1) 0.75 pour** $p(A)=\dfrac{5}{14}$ **et 0.75 pour** $p(B)=\dfrac{1}{7}$

1.5 **2) a) 0.5**

b) 0.25 pour $p(X=8)=\dfrac{1}{7}$ **, 0.25 pour** $p(X=4)=\dfrac{3}{28}$ **et 0.5 pour** $p(X=0)=\dfrac{9}{14}$

Exercice 3 (3 points)

1.25 **1) a) 0.25 pour la vérification**

b) 0.25 pour le module de b **et 0.25 pour un argument de** b

c) 0.5

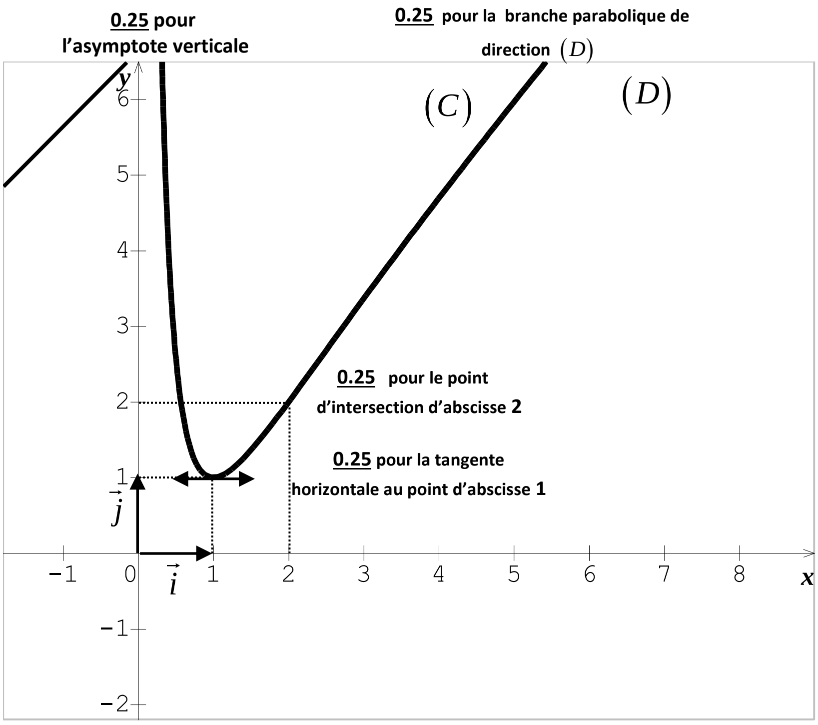
1.75 **2) a) 0.25 pour la vérification , 0.25 pour** $OA=OC$ **et 0.25 pour** $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}\,[2\pi]$

b) 0. 5

c) 0.25 pour $OABC$ **est un parallélogramme et 0.25 pour** $OABC$ **est un carré .**

Problème (11 points)

	I-
0.25	**1) 0.25**
1	**2) 0.5 pour** $g(x)\le 0$ **pour tout** x **de** $]0,1]$ **et 0.5 pour** $g(x)\ge 0$ **pour tout** x **de** $[1,+\infty[$
	II-
0.5	**1) 0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique**
1	**2) a) 0.25** **b) 0.5 pour** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ **et 0.25 pour** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=+\infty$
2	**3) a) 1**
	b) 0.25 pour le signe de $f'(x)$ **est celui de** $g(x)$ **, 0.25 pour** f **décroissante sur** $]0,1]$
	et 0.25 pour f **croissante sur** $[1,+\infty[$
	c) 0.25
1.75	**4) a) 0.25 pour chaque solution**
	b) 0.25 pour chaque point d'intersection
	c) 0.5 pour l'inégalité et 0.25 pour la déduction
1	**5) 1 (voir figure ci-dessous)**
1.75	**6) a) 0.5** **b) 0.25**
	c) 0.25 pour la technique de l'intégration par parties et 0.25 pour le résultat
	d) 0.25 pour l'aire en cm^2 **est** $\int_1^2 (x-f(x))dx$ **et 0.25 pour l'aire est égale à** $(1-\ln 2)^2\ cm^2$
	III -
0.5	**1) 0.5**
0.5	**2) 0.5**
0.75	**3) 0.25 pour la suite** (u_n) **est convergente (décroissante et minorée),**
	0.25 pour (insister sur f **est continue sur** $[1,2]$ **et** $f([1,2])\subset[1,2]$ **)**
	et 0.25 pour la limite de la suite est égale à 1



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة العادية 2018
-الموضوع-

NS 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Géométrie dans l'espace**	**3 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**3 points**
Exercice 3	**Calcul des probabilités**	**3 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques**	**11 points**

	Exercice 1 : (3 points)
	Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,\ -2\ ,-2)$, $B(1,-2\ ,\ -4)$ et $C(-3\ ,-1\ ,\ 2)$
1	1) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ et en déduire que $2x+2y+z+6=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
	2) On considère la sphère (S) dont une équation est $x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$
0.5	Vérifier que la sphère (S) a pour centre $\Omega(1,0,1)$ et pour rayon $R=5$
0.25	3) a) Vérifier que $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2t\\ z=1+t\end{cases}\ ;(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC)
0.5	b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC)
0.75	4) Vérifier que $d(\Omega,(ABC))=3$, puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre .
	Exercice 2 : (3 points)
0.75	1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $2z^2+2z+5=0$
	2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$
0.25	a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $d=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
0.5	b) On considère le point A d'affixe $a=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$ et le point B image du point A par la rotation R . Soit b l'affixe du point B, montrer que $b=d.a$
	3) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ et C l'image de B par la translation t et c l'affixe de C
0.75	a) Vérifier que $c=b+a$ et en déduire que $c=a\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ *(on pourra utiliser la question 2)b))*
0.75	b) Déterminer $\arg\left(\dfrac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral .

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : <u>cinq boules rouges</u> portant les nombres $1\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 2\ ;\ 2$ et <u>quatre boules blanches</u> portant les nombres $1\ ;\ 2\ ;\ 2\ ;\ 2$

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .

Soient les événements :

A : "les trois boules tirées sont de même couleur "

B : "les trois boules tirées portent le même nombre "

C : "les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1.5 — 1) Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{6}$, $p(B)=\dfrac{1}{4}$ et $p(C)=\dfrac{1}{42}$

2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A

0.5 — a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale X

1 — b) Montrer que $p(X=1)=\dfrac{25}{72}$ et calculer $p(X=2)$

Problème : (11 points)

I) Soit g la fonction numérique définie sur IR par :

$$g(x)=e^x-x^2+3x-1$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

0.25 — 1) Vérifier que $g(0)=0$

0.5 — 2) Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[0,+\infty[$

II) Soit f la fonction numérique définie sur IR par : $f(x)=(x^2-x)\,e^{-x}+x$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1\ cm$)

0.5 — 1) a) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{x}{e^x}+x$ pour tout x de IR puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 — b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ puis en déduire que (C) admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ d'équation $y=x$

0.5 — c) Vérifier que: $f(x)=\dfrac{x^2-x+xe^x}{e^x}$ pour tout x de IR puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0.5 — d) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ et interpréter le résultat géométriquement .

0.25 — 2) a) Montrer $f(x)-x$ et x^2-x ont le même signe pour tout x de IR

0.5 — b) En déduire que (C) est au dessus de (D) sur chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[1,+\infty[$, et en dessous de (D) sur l'intervalle $[0,1]$

0.75	**3)a) Montrer que** $f'(x)=g(x)\,e^{-x}$ **pour tout** x **de** $\mathbb{R}$
0.5	**b) En déduire que la fonction** f **est décroissante sur** $]-\infty,0]$ **et croissante sur** $[0,+\infty[$
0.25	**c) Dresser le tableau de variations de la fonction** f
0.25	**4)a) Vérifier que** $f''(x)=(x^2-5x+4)e^{-x}$ **pour tout** x **de** $\mathbb{R}$
0.5	**b) En déduire que la courbe** (C) **admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives 1 et 4**
1	**5) Construire** (D) **et** (C) **dans le même repère** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **(on prend :** $f(4)\simeq 4.2$ **)**
0.5	**6)a) Montrer que la fonction** $H: x\mapsto (x^2+2x+2)e^{-x}$ **est une primitive de la fonction** $h: x\mapsto -x^2e^{-x}$ **sur** $\mathbb{R}$ **puis en déduire que** $\int_0^1 x^2e^{-x}dx=\dfrac{2e-5}{e}$
0.75	**b) A l'aide d'une intégration par parties montrer que** $\int_0^1 xe^{-x}dx=\dfrac{e-2}{e}$
0.75	**c) Calculer en** cm^2 **l'aire du domaine plan limité par** (C) **et** (D) **et les droites d'équations** $x=0$ **et** $x=1$
	III) Soit (u_n) **la suite numérique définie par :** $u_0=\dfrac{1}{2}$ **et** $u_{n+1}=f(u_n)$ **pour tout** n **de** $\mathbb{N}$
0.75	**1) Montrer que** $0\le u_n\le 1$ **pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ *(on pourra utiliser le résultat de la question II)3)b))*
0.5	**2) Montrer que la suite** (u_n) **est décroissante .**
0.75	**3) En déduire que** (u_n) **est convergente et déterminer sa limite.**

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة العادية 2018
-عناصر الإجابة-

NR 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵥⵥⵉⵍⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵎⴰⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

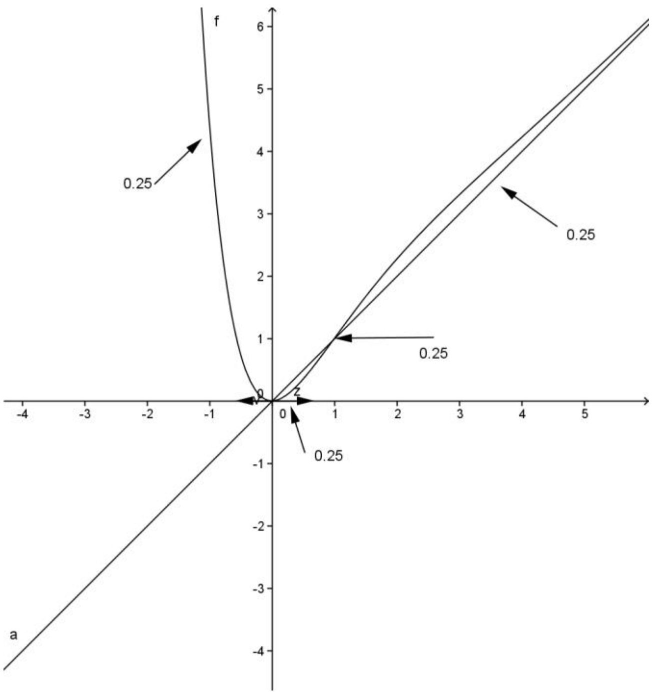
3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

On prendra en compte les différentes étapes de la solution et on acceptera toute méthode correcte .

Exercice1		
1		0.5 pour le produit vectoriel et 0.5 pour l'équation du plan
2		0.5
3	a	0.25
	b	0.5
4		0.25 pour la distance et 0.25 pour le rayon du cercle et 0.25 pour le centre du cercle
Exercice2		
1		0.25 pour le discriminant et 0.25 pour chacune des solutions
2	a	0.25
	b	0.5
3	a	0.25pour la vérification et 0.5 pour la déduction
	b	0.25 pour l'argument et 0.5 pour la déduction (on acceptera toute preuve correcte pour le triangle équilatéral)
Exercice3		
1		0.5 pour $p(A)=\frac{1}{6}$ et 0.5 pour $p(B)=\frac{1}{4}$ et 0.5 pour $p(C)=\frac{1}{42}$
2	a	0.5
	b	0.5 pour $p(X=1)=\frac{25}{72}$ et 0.5 pour $p(X=2)=\frac{5}{72}$

Problème

I	1		0.25
	2		0.25 pour le signe sur chacun des deux intervalles
II	1	a	0.25 pour l'égalité et 0.25 pour la limite
		b	0.5 pour la limite et 0.25 pour la déduction
		c	0.25 pour l'égalité et 0.25 pour la limite
		d	0.25pour la limite et 0.25 pour l'interprétation
	2	a	0.25
		b	0.25 pour la courbe au dessus et 0.25 pour la courbe en dessous
	3	a	0.75
		b	0.25 pour chaque déduction
		c	0.25
	4	a	0.25
		b	0.25 pour la dérivée seconde s'annule et change de signe en 1 0.25 pour la dérivée seconde s'annule et change de signe en 4
	5		1 point à distribuer selon ce qui est précisé sur la figure ci dessous



	6	a	0.25 pour la primitive et 0.25 pour la deduction
		b	0. 5 pour la technique de l'intégration par parties et 0.25 pour le calcul de l'intégrale
		c	0.5 pour la formule de l'aire et 0.25 pour la valeur de l'aire en cm^2
III	1	0.75	
	2	0.5	
	3	0.5 pour la convergence et 0.25 pour le calcul de la limite	

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵎⵣⴰⵢ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⵏⴰⴼⵍ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية – خيار فرنسية

الدورة العادية 2019

- الموضوع -

♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣ NS22F

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	3
الشعبة أو المسلك	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points

- ✓ **ln** désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1,-1,-1)$, $B(0,-2,1)$ et $C(1,-2,0)$

0.75 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$

0.5 b) En déduire que $x+y+z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

2) Soit (S) la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+1=0$

0.75 Montrer que le centre de la sphère (S) est $\Omega(2,-1,1)$ et que son rayon est $R=\sqrt{5}$

0.5 3) a) Calculer $d(\Omega,(ABC))$ la distance du point Ω au plan (ABC)

0.5 b) En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) (la détermination du centre et du rayon de (Γ) n'est pas demandée)

Exercice 2 : (3 points)

0.75 1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2-2z+4=0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A ,B C et D d'affixes respectives $a=1-i\sqrt{3}$, $b=2+2i$, $c=\sqrt{3}+i$ et $d=-2+2\sqrt{3}$

0.5 a) Vérifier que $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$

0.25 b) En déduire que les points A , C et D sont alignés .

3) On considère z l'affixe d'un point M et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{3}$

0.5 Vérifier que $z'=\frac{1}{2}az$

4) Soient H l'image du point B par la rotation R , h son affixe et P le point d'affixe p tel que $p=a-c$

0.5 a) Vérifier que $h=ip$

0.5 b) Montrer que le triangle OHP est rectangle et isocèle en O

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient dix boules : trois boules vertes , six boules rouges et une boule noire indiscernables au toucher . On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .

On considère les événements suivants : A : « Obtenir trois boules vertes . »

B : « Obtenir trois boules de même couleur . »

C : « Obtenir au moins deux boules de même couleur . »

2 1) Montrer que $p(A)=\frac{1}{120}$ et $p(B)=\frac{7}{40}$

1 2) Calculer $p(C)$.

Problème : (11 points)

Première partie :

Soit f la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=x+\dfrac{1}{2}-\ln x+\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité : $1\ cm$)

0.5 1) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement

0.25 2) a) Vérifier que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f(x)=x+\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$

0.5 b) En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 c) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $\dfrac{(\ln x)^2}{x}=4\left(\dfrac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$

puis en déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$

0.75 d) Montrer que (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite (Δ) d'équation $y=x$

0.5 3)a) Montrer que pour tout x de $]0,1]$: $(x-1)+\ln x\leq 0$

et que pour tout x de $[1,+\infty[$: $(x-1)+\ln x\geq 0$

1 b) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{x-1+\ln x}{x}$

0.5 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0.5 4) a) Montrer que $f''(x)=\dfrac{2-\ln x}{x^2}$ pour tout x de $]0,+\infty[$

0.5 b) En déduire que (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées .

0.5 5)a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f(x)-x=\dfrac{1}{2}(\ln x-1)^2$ et déduire la position relative de (C) et (Δ)

1 b) Construire (Δ) et (C) dans le même repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

0.5 6)a) Montrer que la fonction $H:x\mapsto x\ln x-x$ est une primitive de la fonction $h:x\mapsto\ln x$ sur $]0,+\infty[$

0.75 b) A l'aide d'une intégration par parties , montrer que $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$

0.5 c) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C) et (Δ) et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$

	Deuxième partie :
	Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $I\!N$
0.5	1) a)Montrer par récurrence que $1 \le u_n \le e$ pour tout n de $I\!N$
0.5	b) Montrer que la suite (u_n) est croissante .
0.5	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente .
0.75	2) Calculer la limite de la suite (u_n) .

Exercice N° 1

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. on considère les points $A(1,-1,-1)$ et $B(0,-2,1)$ et $C(1,-2,0)$.

1. ..

a. Montrer que : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ . ... (0,75)

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0-1\\-2+1\\1+1\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1-1\\-2+1\\0+1\end{pmatrix}=\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$.

D'où :

$$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}-1&-1\\2&1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-1&0\\2&1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-1&0\\-1&-1\end{vmatrix}\vec{k}=(-1+2)\vec{i}-(-1+0)\vec{j}+(1+0)\vec{k} .$$

Conclusion : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$

b. En déduire que $x+y+z+1=0$ est l'équation cartésienne du plan (ABC) . ... (0,5)

1ère méthode :

- On a le vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ ou encore $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(1,1,1)$ est un vecteur normal au plan (ABC) .
- D'où :

$$\begin{aligned}M(x,y,z)\in(ABC)&\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)=0\\&\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x-1\\y+1\\z+1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=0\\&\Leftrightarrow 1\times(x-1)+1\times(y+1)+1\times(z+1)=0\\&\Leftrightarrow x-1+y+1+z+1=0\\&\Leftrightarrow x+y+z+1=0\end{aligned}$$

Conclusion : $x+y+z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) .

2ième méthode :

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(1,1,1)$ est un vecteur normal au plan (ABC) donc équation du plan (ABC) est de la forme : $x+y+z+d=0$.
- Le point $A(1,-1,-1)$ appartienne au plan (ABC) donc : $1\times1+1\times(-1)+1\times(-1)+d=0$ d'où $d=1$.

Conclusion : $x+y+z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) .

2. on considère la sphère (S) d'équation cartésienne $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+1=0$.

on vérifie que la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(2,-1,1)$ et pour rayon $R=\sqrt{5}$. ………… (0,75)

on a : $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+1=0 \Leftrightarrow \underbrace{x^2-4x+4}_{(x-2)^2}-4+\underbrace{y^2+2y+1}_{(y+1)^2}-1+\underbrace{z^2-2z+1}_{(z-1)^2}-1+1=0$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2-4+(y+1)^2-1+(z-1)^2-1+1=0$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=5=\sqrt{5}^2$$

La dernière écriture représente l'équation cartésienne de la sphère de centre $\Omega(2,-1,1)$ et de rayon $R=\sqrt{5}$.

Conclusion : la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(2,-1,1)$ et pour rayon $R=\sqrt{5}$.

3. ..

a. Calculer $d(\Omega,(ABC))$. ……………………………………………………… (0,5)

On a : $d(\Omega,(ABC))=\frac{|2-1+1+1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$. (on remplace $x+y+z+1$ (sans écrire $=0$) par les coordonnées de $\Omega(2,-1,1)$)

Conclusion : $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{3}$

b. En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) . …………………(0,5)

Puisque le rayon du cercle est $R=\sqrt{5}$ et on a ; $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{3}<\sqrt{5}$ d'où l'intersection du plan (ABC) et la sphère (S) sera un cercle (Γ) .

Conclusion : le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) .

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-2z+4=0$. ………………… (0,75)

On calcule :le discriminant Δ :

On a : $\Delta=(-2)^2-4\times1\times4=4-16=-12<0$.

D'où l'équation a deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1=\frac{2+i\sqrt{-\Delta}}{2\times1}=\frac{2+i\sqrt{12}}{2}=\frac{2+i2\sqrt{3}}{2}=1+i\sqrt{3} \text{ et } z_2=\overline{z_1}=1-i\sqrt{3}$$

Conclusion : ensemble des solutions de l'équation est : $S=\{1+i\sqrt{3}\ ;\ 1-i\sqrt{3}\}$

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A , B , C et D d'affixes respectives $a=1-i\sqrt{3}$, $b=2+2i$, , $c=\sqrt{3}+i$ et $d=-2+2\sqrt{3}$.

a. Vérifier que : $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$. …………………………………………………… (0,5)

On a :

- $c-d=\sqrt{3}+i-\left(-2+2\sqrt{3}\right)=-\sqrt{3}+2+i$.
- $a-d=1-i\sqrt{3}-\left(-2+2\sqrt{3}\right)=3-2\sqrt{3}-i\sqrt{3}=-\sqrt{3}\left(\underbrace{-\sqrt{3}+2+i}_{c-d}\right)=-\sqrt{3}\left(c-d\right)$
- donc $a-d=-\sqrt{3}\left(c-d\right)$

  Conclusion : $a-d=-\sqrt{3}\left(c-d\right)$

b. En déduire que : les points points A , C et D sont alignés . ……………………………………………. (0,25)
On a :

- Le vecteur $\overrightarrow{DA}$ a pour affixe $z_{\overrightarrow{DA}}=a-d$.
- Le vecteur $\overrightarrow{DC}$ a pour affixe $z_{\overrightarrow{DC}}=c-d$

$$a-d=-\sqrt{3}\left(c-d\right)\Leftrightarrow z_{\overrightarrow{DA}}=-\sqrt{3}z_{\overrightarrow{DC}}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DA}=-\sqrt{3}\overrightarrow{DC}$$

Par suite les deux vecteurs $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires donc les points A et C et D sont alignés .
Conclusion : les points A et C et D sont alignés .

3. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

Vérifier que : $z'=\frac{1}{2}az$. ……………………………………………………………………………… (0,5)

L'écriture complexe de la rotation R est de la forme : $z'-\omega=\left(z-\omega\right)e^{i\theta}$ avec ω est l'affixe du centre de la rotation et θ est l'angle de la rotation .

D'où : $z'-0=\left(z-0\right)e^{i\frac{-\pi}{3}}$

(avec $\omega=0$ est l'affixe du point O centre de la rotation et $\theta=\frac{-\pi}{3}$ est l'angle de la rotation R) .

$$\begin{aligned} z'&=z\times\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right)\\ &=z\times\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)-i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)\\ &=z\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ &=z\frac{1}{2}\left(1-i\sqrt{3}\right)\\ &=\frac{1}{2}az \qquad ;\left(\text{car : }1-i\sqrt{3}=a\right)\end{aligned}$$

D'où : L'écriture complexe de la rotation R est $z'=\frac{1}{2}az$

Conclusion : $z'=\frac{1}{2}az$

4. Soit le point H d'affixe h est l'image du point B par la rotation R , et le point P d'affixe p tel que $p = a - c$.

a. Vérifier que : $h = ip$ . ... (0,5)

On a :

$$R(B) = H \Leftrightarrow h = \frac{1}{2}ab$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{1}{2}\left(1 - i\sqrt{3}\right)(2 + 2i)$$

$$\Leftrightarrow h = \left(1 - i\sqrt{3}\right)(1 + i)$$

$$\Leftrightarrow h = \left(1 - i\sqrt{3}\right) + i\left(1 - i\sqrt{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow h = i\underbrace{\left(-i - \sqrt{3}\right)}_{-c} + i\underbrace{\left(1 - i\sqrt{3}\right)}_{a}$$

$$\Leftrightarrow h = i(a - c)$$

$$\Leftrightarrow h = ip$$

D'où : $h = ip$

Conclusion : $\boxed{h = ip}$

b. Montrer que le triangle OHP est rectangle et isocèle en O . ... (0,5)

On a :

$$\frac{h-0}{p-0} = \frac{ip}{p} = i \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{|h-0|}{|p-0|} = |i| \\ \overline{\left(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OH}\right)} \equiv \arg\left(\dfrac{h-0}{p-0}\right) \ [2\pi] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{OH}{OP} = 1 \\ \overline{\left(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OH}\right)} \equiv \arg(i) \ [2\pi] \ ; \left(\dfrac{h}{p} = i\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OH = OP \\ \overline{\left(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OH}\right)} \equiv \dfrac{\pi}{2} \ [2\pi] \end{cases}$$

Donc on a :

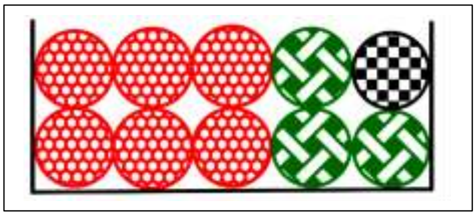
- $OH = OP$ d'où le triangle OHP est isocèle en O .
- $\overline{\left(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OH}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$ d'où le triangle OHP est rectangle en O .

Conclusion : le triangle OHP est rectangle et isocèle en O .

Une urne contient dix boules indiscernables au toucher:

- Trois boules vertes .

- Six boules rouges .
- Une boule noire .



On considère l'expérience suivante : On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne . Soient les événements suivants :

- A « les trois boules tirées sont vertes » .
- B « les trois boules tirées sont de même couleur » .
- C « au moins deux boules de même couleur »

1. Montrer que : $p(A)=\frac{1}{120}$ et $p(B)=\frac{7}{40}$. ……………………………………………………(2)

- Montrons que : $p(A)=\frac{1}{120}$

➢ On calcule $\text{card}\Omega$: (ou encore le nombre des tirages possibles).
Tirer simultanément 3 boules parmi 10 boules présente une combinaison de 3 parmi 10 ,.
d'où le nombre des tirages possibles est le nombre des combinaisons de 3 parmi 10 ce nombre est :

$$\text{card}\Omega = C_{10}^{3} = \frac{10\times 9\times 8}{1\times 2\times 3} = 120 \ .$$

donc : $\text{card}\Omega = C_{10}^{3} = 120$.

➢ On calcule $\text{card}A$: (le nombre des tirages qui réalisent l'événement A) .
l'événement A « les 3 boules tirées sont vertes »
Tirées 3 boules vertes simultanément parmi 3 boules vertes de l'urne ceci présente une combinaison de 3 parmi 3 .

Donc le nombre des tirages qui réalisent l'événement A est $C_{3}^{3} = \frac{3\times 2\times 1}{1\times 2\times 3} = 1$ (Remarque $C_{n}^{n} = 1$)

donc : $\text{card}A = C_{3}^{3} = 1$.

Conclusion : $p(A) = \frac{\text{card}A}{\text{card}\Omega} = \frac{C_{3}^{3}}{C_{10}^{3}} = \frac{1}{120}$.

- Montrons que : $p(B)=\frac{7}{40}$.

➢ On calcule $\text{card}B$: (le nombre des tirages qui réalisent l'événement B) .
l'événement B « les 3 boules tirées sont de même couleur »
ou encore l'événement B est B « les 3 boules tirées sont vertes ou les boules sont rouges » .

- les 3 boules tirées simultanément sont vertes parmi 3 boules vertes de l'urne on a : $\text{card}A = C_{3}^{3} = 1$
- les 3 boules tirées simultanément sont rouges parmi 6 boules rouges de l'urne on a :

$$C_{6}^{3} = \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1} = 20 .$$

- D'où : $\text{card}B = C_{3}^{3} + C_{6}^{3} = 1 + 20 = 21$

donc : $p(B) = \frac{\text{card}B}{\text{card}\Omega} = \frac{C_{3}^{3}+C_{6}^{3}}{C_{10}^{3}} = \frac{21}{120} = \frac{7\times \cancel{3}}{\cancel{3}\times 40} = \frac{7}{40}$.

Conclusion : $p(B) = \frac{7}{40}$

D'où : $p(A)=\frac{1}{120}$ et $p(B)=\frac{7}{40}$

2. Calculer $p(C)$. ……………………………………………………………………………(1)

- On calculer $cardC$: (le nombre des tirages qui réalisent l'événement C) .

1ère méthode :

C « au moins deux boules de même couleur »
ou encore C « exactement deux boules de même couleur ou exactement trois boules de même couleur »

L'événement contraire de l'événement C est l'événement $\overline{C}$

$\overline{C}$ « les trois boules de couleurs différentes »

Donc : $card\overline{C}=C_3^1\times C_6^1\times C_1^1=3\times 6\times 1=18$.

Par suite $cardC=card\Omega-card\overline{C}=120-18=102$.

Donc : $p(C)=\frac{cardC}{card\Omega}=\frac{card\Omega-card\overline{C}}{C_{10}^3}=\frac{120-18}{120}=\frac{102}{120}=\frac{\cancel{6}\times 17}{\cancel{6}\times 20}=\frac{17}{20}$

Conclusion : $p(C)=\frac{17}{20}$

2ième méthode :

ou encore :

C « exactement deux boules de même couleur ou exactement trois boules de même couleur »

- On obtient exactement trois boules de même couleur donc l'événement B d'où :
  $cardB=C_3^3+C_6^3=1+20=21$
- On obtient exactement deux boules de même couleur ou encore « (deux boules vertes et une boule parmi les deux autres couleurs) ou (deux boules rouges et une boule parmi les deux autres couleurs) »
  - ✓ Tirer deux boules vertes et une boule parmi les deux autres couleur (on a 7 boules) le nombre des tirages est : $C_3^2\times C_7^1$.
  - ✓ Tirer deux boules rouges et une boule parmi les deux autres couleurs (on a 4 boules) le nombre des tirages est : $C_6^2\times C_4^1$.
  - ✓ D'où : le nombre des tirages tel que : On obtient exactement deux boules de même couleur est : $C_3^2\times C_7^1+C_6^2\times C_4^1=3\times 7+15\times 4=81$
- Donc : $cardC=C_3^3+C_6^3 + C_3^2\times C_7^1+C_6^2\times C_4^1=1+20+3\times 7+15\times 4=102$.
  Par suite on obtient que :

$$p(C)=\frac{cardC}{card\Omega}=\frac{C_3^3+C_6^3+C_3^2\times C_7^1+C_6^2\times C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{1+20+3\times 7+15\times 4}{120}=\frac{102}{120}=\frac{\cancel{6}\times 17}{\cancel{6}\times 20}=\frac{17}{20}$$

Conclusion : $p(C)=\frac{17}{20}$

Problème

Première Partie :

Soit la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 1 cm).

1. .Calculer : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement . ... (0,5)

- On calcule : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$.

  On a :

  - $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.
  - $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln x=-\infty \Rightarrow \begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} -\ln x=+\infty\\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} (\ln x)^2=+\infty\end{cases}$
  - D'où : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2=+\infty$.

  Conclusion : $\boxed{\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty}$.

- On interprète le résultat géométriquement :

  Puisque on a $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ donc la courbe (C) admet une asymptote verticale ou encore c'est la droite d'équation $x=0$ ou encore l'axe des ordonnées .

2. ..

a. Vérifier que :pour tout x de $]0,+\infty[$: $f(x)=x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$. .... (0,25)

On a :

$$\begin{aligned} x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x &= x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln x\times\ln x-\ln x\\ &= x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}(\ln x)^2-\ln x\\ &= f(x)\end{aligned}$$

Conclusion : pour tout x de $]0,+\infty[$: $f(x)=x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$.

b. En déduire que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ . ... (0,5)

On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} x+\frac{1}{2}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x=+\infty$.

D'où : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x\right)=+\infty$.

Conclusion : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

c. Montrer que : pour tout x de $]0,+\infty[$: $\dfrac{(\ln x)^2}{x}=4\left(\dfrac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$ puis en déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$.

.... (0,5)

- Montrons que : $\dfrac{(\ln x)^2}{x}=4\left(\dfrac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$.

On a :

$$\begin{aligned}\frac{(\ln x)^2}{x}&=\frac{\left(\ln\left(\sqrt{x}^2\right)\right)^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2}\\&=\frac{\left(2\ln\sqrt{x}\right)^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2}\quad;\ \left(\ln x^r=r\ln x\ ;\ r\in\mathbb{Q}\right)\\&=\frac{4\left(\ln\sqrt{x}\right)^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2}\\&=4\left(\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2\end{aligned}$$

Conclusion : $\dfrac{(\ln x)^2}{x}=4\left(\dfrac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$.

- En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$.

On a :

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}&=\lim_{x\to+\infty}4\left(\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2\\&=\lim_{t\to+\infty}4\left(\frac{\ln t}{t}\right)^2\quad;\ \left(t=\sqrt{x}\ ;\ x\to+\infty\ ;\ t\to+\infty\right)\\&=0\quad;\ \left(\lim_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t}=0\right)\end{aligned}$$

Conclusion : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$.

d. Montrer que (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite (Δ) d'équation $y=x$. .... (0,75)

On a :

- $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}1+\frac{1}{2x}-\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{2}\frac{(\ln x)^2}{x}=1$.

$\left(\text{car } \lim_{x\to+\infty}1+\frac{1}{2x}=1 \text{ et } \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0 \text{ et } \lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0 \text{ d'après la question précédente}\right)$

D'où : $a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$.

- $\lim_{x\to+\infty}f(x)-x=\lim_{x\to+\infty}\cancel{x}+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x-\cancel{x}=+\infty$ (car : $\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$)

donc $b=\lim_{x\to+\infty}f(x)-x=+\infty$

- Par suite : $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ et $a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$ et $b=\lim_{x\to+\infty}f(x)-x=+\infty$.

Conclusion : (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite (Δ) d'équation $y=x$.

3. ..

a. Montrer que : pour tout x de $]0,1]$: $(x-1)+\ln x\le 0$

et que pour tout x de $[1,+\infty[$: $(x-1)+\ln x\ge 0$. .... (0,5)

- ..Montrons que : pour tout x de $]0,1]$: $(x-1)+\ln x\le 0$.

On a : $0<x\le 1\Rightarrow\begin{cases}-1<x-1\le 0\\ \ln x\le 0\end{cases}$

$\Rightarrow(x-1)+\ln x\le 0$ (car la somme de deux nombres négatifs est un nombre négatif)

Donc : pour tout x de $]0,1]$: $(x-1)+\ln x\le 0$

- .. Montrons pour tout x de $[1,+\infty[$: $(x-1)+\ln x\ge 0$.

On a : $x\ge 1\Rightarrow\begin{cases}x-1\ge 0\\ \ln x\ge 0\end{cases}$

$\Rightarrow(x-1)+\ln x\le 0$ (car la somme de deux nombres positifs est un nombre positif)

Donc : pour tout x de $[1,+\infty[$: $(x-1)+\ln x\ge 0$.

Conclusion : $\begin{cases}\text{pour tout x de }]0,1] : (x-1)+\ln x\le 0\\ \text{pour tout x de } [1,+\infty[: (x-1)+\ln x\ge 0\end{cases}$

Remarque : on peut utiliser le tableau des signes de $x-1$ et $\ln x$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

b. Montrer que : pour tout x de $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x-1+\ln x}{x}$. .... (1)

On a :

$$f'(x)=\left(x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right)'$$
$$=1-\frac{1}{x}+\frac{1}{2}\times 2(\ln x)'\ln x$$
$$=1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\times \ln x$$
$$=\frac{x-1+\ln x}{x}$$

Conclusion : **pour tout x de $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{x-1+\ln x}{x}$.**

c. **Dresser le tableau de variations de la fonction f . …………………………………………………….… (0,5)**

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{3}{2}$	↗	$+\infty$

4. ..

a. **Montrer que : $f''(x)=\dfrac{2-\ln x}{x^2}$ pour tout x de $]0,+\infty[$. ………………………………….…….… (0,5)**

On a :

$$f''(x)=\left(f'(x)\right)'$$
$$=\left(\frac{x-1+\ln x}{x}\right)'$$
$$=\frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)\times x-(x-1+\ln x)\times 1}{x^2}$$
$$=\frac{\cancel{x}+1-\cancel{x}+1-\ln x}{x^2}$$
$$=\frac{2-\ln x}{x^2}$$

Conclusion : **pour tout x de $]0,+\infty[$ on a : $f''(x)=\dfrac{2-\ln x}{x^2}$.**

b. **En déduire que (C_f) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées . ……. (0,5)**

- **Pour déterminer les points d'inflexions d'une fonction on étudie le signe de la fonction f " dérivée seconde de f .**

- Le signe de $f''(x)=\frac{2-\ln x}{x^2}$ est le signe de $2-\ln x$ car $x^2>0$ avec $x\in\left]0,+\infty\right[$.
- On a : $2-\ln x\geq 0 \Leftrightarrow \ln x\leq 2$

  $\Leftrightarrow x\leq e^2$

  D'où le signe de f'' est donné par le tableau suivant :

x	0		e^2		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$+$	0	$-$	

- Conséquence : la fonction f'' dérivée seconde de f s'annule en $x_0=e^2$ et change de signe au voisinage de $x_0=e^2$.

Conclusion : le point $I\left(e^2,f\left(e^2\right)\right)=I\left(e^2,\frac{2e^2+1}{2}\right)$ est un point d'inflexion à la courbe (C) de f.

5. ..

a. Montrer que : pour tout x de $\left]0,+\infty\right[$: $f(x)-x=\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$ et déduire la position relative de (C_f) et (Δ) . ... (0,5)

- Montrons que : pour tout x de $\left]0,+\infty\right[$: $f(x)-x=\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$.

  On a : $\frac{1}{2}(\ln x-1)^2=\frac{1}{2}\left((\ln x)^2-2\ln x+1\right)$

  $$=\frac{1}{2}(\ln x)^2-\ln x+\frac{1}{2}$$

  $$=\underbrace{\frac{1}{2}(\ln x)^2-\ln x+\frac{1}{2}+x}_{f(x)}-x$$

  $$=f(x)-x$$

  Conclusion : pour tout x de $\left]0,+\infty\right[$: $f(x)-x=\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$.

- En déduire la position relative de (C_f) et (Δ) .

  Pour cela on étudier le signe de : $f(x)-x$ ou encore $\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$ qui a un signe positif sur $\left]0,+\infty\right[$ mais s'annule si $\ln x-1=0 \Leftrightarrow \ln x=1$

  $\Leftrightarrow e=1$

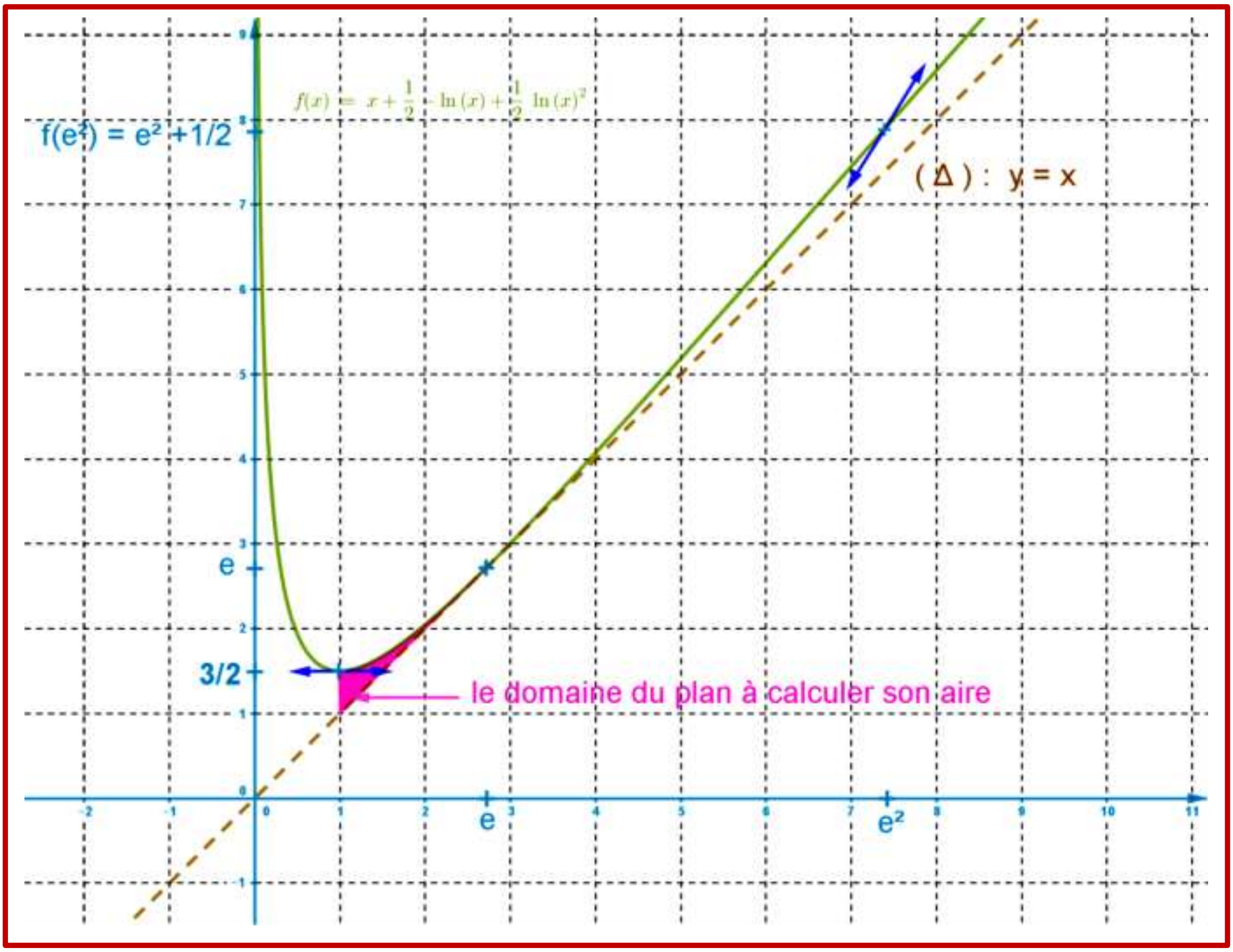
  Conclusion :

- La courbe (C) de f est située au dessus de la droite (Δ) sur chacune des intervalles $\left]0,e\right[$ et $\left]e,+\infty\right[$
- La courbe (C) de f coupe la droite (Δ) au point $A(e,f(e))=A(e,e)$.

- **Remarque : on peut résumer la position relative de (C_f) et (Δ) par le tableau suivant :**

x	0		e		$+\infty$
$f(x)-x$ et $(\ln x-1)^2$	‖	$+$	0	$+$	
position relative de (C_f) et (Δ)	‖	(C) est au dessus de (Δ)	$\downarrow$ (C) et (Δ) se coupent au point d' abscisse $x=e$	(C) est au dessus de (Δ)	

b. **Construire (Δ) et (C_f) dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.** .... **(1)**



6. ..

a. **Montrer que : $H\ :\ x \mapsto x\ln x - x$ est une primitive de la fonction $h\ :\ x \mapsto \ln x$ sur $]0,+\infty[$.** **(0,5)**

Pour cela on montre que : $H'(x) = h(x)$.

On a : $H'(x) = (x\ln x - x)'$

$$=(x)'\ln x+(x)(\ln x)'-(x)'$$
$$=1\times\ln x+\cancel{x}\times\frac{1}{\cancel{x}}-1$$
$$=\ln x+\cancel{1}-\cancel{1}$$
$$=\ln x=h(x)$$

D'où : $H'(x)=h(x)$.

Conclusion : la fonction $H : x\mapsto x\ln x-x$ est une primitive de la fonction $h : x\mapsto \ln x$ sur $]0,+\infty[$.

b. A l'aide d'une intégration par parties , montrer que $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$ . ... (0,75)

On écrit : $\int_1^e(\ln x)^2dx=\int_1^e(\ln x)\times(\ln x)dx$

On utilise la disposition suivante :

$$\begin{array}{ccc} u(x)=\ln x & & u'(x)=\frac{1}{x} \\ (1)\downarrow & (2)\searrow\quad - & \downarrow(3) \\ v'(x)=\ln x & & v(x)=x\ln x-x \end{array}$$

Par suite on obtient:

$$\overbrace{\int_1^e(\ln x)^2dx}^{(1)}=\overbrace{\left[\ln x\times(x\ln x-x)\right]_1^e}^{(2)}-\overbrace{\int_1^e\frac{1}{x}\times(x\ln x-x)dx}^{(3)}$$
$$=(\ln e\times(e\ln e-e))-(\ln 1\times(1\ln 1-1))-\int_1^e(\ln x-1)dx$$
$$=(1(e\times1-e)-0)-\int_1^e\ln x dx+\int_1^e 1dx$$
$$=0-[x\ln x-x]_1^e+[x]_1^e\quad ;\ (H'(x)=h(x))$$
$$=-((e\times1-e)-(1\times0-1))+(e-1)$$
$$=0-1+e-1$$
$$=e-2$$

Conclusion : $\boxed{\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2}$

c. Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C_f) et (Δ) et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. .... (0,5)

La surface demandée à calculer en cm^2 est :

$$\left(\int_1^e|f(x)-x|dx\right)\times\|\vec{i}\|\times\|\vec{j}\|=\left(\int_1^e(f(x)-x)dx\right)\times\|\vec{i}\|\times\|\vec{j}\|\ cm^2$$ (car (C) est au dessus de (Δ) sur $[1,e]$)

$$=\left(\int_1^e\left(\cancel{x}+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2-\cancel{x}\right)dx\right)\times1\times1\ cm^2$$
$$=\int_1^e\frac{1}{2}dx-\int_1^e\ln x dx+\frac{1}{2}\underbrace{\int_1^e(\ln x)^2dx}_{e-2}\quad cm^2$$

$$=\frac{1}{2}[x]_1^e-[x\ln x-x]_1^e+\frac{1}{2}(e-2)\quad cm^2$$

$$=\frac{1}{2}(e-1)-\underbrace{\left((e\times1-e)-(1\times0-1)\right)}_{-1}+\frac{1}{2}(e-2)\ cm^2$$

$$=\frac{e}{2}-\frac{1}{2}-1+\frac{e}{2}-1\ =e-\frac{5}{2}\quad cm^2$$

Conclusion : la surface demandée est $\frac{2e-5}{2}$ cm^2.

Deuxième Partie :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0=1$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1. ..

a. Montrer par récurrence que : $1\le u_n\le e$ pour tout n de $\mathbb{N}$. …………………………………… (0,5)

On note la relation : $1\le u_n\le e$ par (1)

- On vérifie que la relation (1) est vraie pour $n=0$.

  on a : $1\le u_0=1\le e$ d'où la relation (1) est vraie pour $n=0$.
- On suppose que la relation (1) est vraie pour n . ou encore $1\le u_n\le e$ est vraie (hypothèse de récurrence) .
- On montre que : la relation (1) est vraie pour $n+1$. (ou encore à démontrer que $1\le u_{n+1}\le e$

  d'après hypothèse de récurrence on a : $1\le u_n\le e$ ou encore $u_n\in[1,e]$

  Donc : $1\le u_n\le e\Rightarrow f(1)\le f(u_n)\le f(e)$ (car la fonction est croissante sur $[1,e]$ et $u_n\in[1,e]$) .

  $\Rightarrow \frac{3}{2}\le u_{n+1}\le e$ $\qquad$ $(f(e)=e$ puisque (C) coupe (Δ) au point $A(e,f(e))=A(e,e)$

  $\Rightarrow 1\le\frac{3}{2}\le u_{n+1}\le e$ $\qquad$ et $f(1)=\frac{3}{2}$ voir tableau de variations de f)

  D'où : la relation (1) est vraie pour $n+1$.

  Conclusion : $1\le u_n\le e$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

b. Montrer que la suite (u_n) est croissante . ………………………………………………… (0,5)

Pour cela on montre que : $u_{n+1}\ge u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (ou encore $u_{n+1}-u_n\ge0$)

Soit n de $\mathbb{N}$, on pose $x=u_n$ et on a $u_n\in[1,e]$ car $1\le u_n\le e$

D'après le résultat de la question I) 5) a -) on a (C) est au dessus de (Δ) sur l'intervalle $[1,e]$

En déduire que : $f(x)\ge x$ pour tout x de $[1,e]$.

D'où : $x\in[1,e]\Rightarrow f(x)\ge x$

$\Rightarrow f(u_n)\ge u_n$; $(u_n=x$ et $1\le u_n\le e)$

$\Rightarrow u_{n+1}\ge u_n$; $(\ u_{n+1}=f(u_n)\ )$

$\Rightarrow u_{n+1}-u_n\ge0$

$\Rightarrow u_{n+1} \geq u_n$

Donc : $u_{n+1} \geq u_n$

Conclusion : la suite (u_n) est croissante .

Remarque : on peut utiliser une démonstration par récurrence (on montre que pour tout n de $\mathbb{N}$ $u_{n+1} \geq u_n$) .

c. En déduire que la suite (u_n) est convergente . ………………………………………………………. (0,5)

On a :

- la suite (u_n) est croissante .
- la suite (u_n) est majorée (puisque $1 \leq u_n \leq e$) .
- d'après une propriété la suite (u_n) est convergente .(tel que sa limite sera notée par ℓ avec $\ell \in \mathbb{R}$) .

Conclusion : la suite (u_n) est convergente .

2. Calculer la limite de la suite (u_n) . ……………………………………………………………… (0,75)

- la suite (u_n) est de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$.
- la fonction f est continue sur $I = [1,e]$ et $f(I) \subset I$

  (car $f(I) = [f(1), f(e)] = \left[\frac{3}{2}, e\right] \subset I = [1,e]$ (car f est continue et croissante sur $I = [1,e]$ et $f(e) = e$ et $f(1) = \frac{3}{2}$)).
- On a : $u_0 = 1 \in [1,e]$.
- la suite (u_n) est convergente vers ℓ avec $\ell \in \mathbb{R}$.

  donc ℓ est solution de l'équation : $x \in I = [1,e]$; $f(x) = x$ (d'après une propriété)

  pour résoudre l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[1,e]$ on étudier l'intersection de la courbe (C) et la droite (Δ) sur $[1,e]$.

  d'après ce qui a précédé (C) coupe (Δ) au point $A(e, f(e)) = A(e,e)$

  d'où la solution de l'équation précédente est : $x = e \in [1,e]$ donc $\ell = e$

  Conclusion : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = e$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2020
- الموضوع –

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NS 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Suites numériques**	**4 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**5 points**
Exercice 3	**Limites, dérivabilité et calcul intégral**	**4 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique**	**7 points**

- ✓ **On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z**
- ✓ **ln désigne la fonction logarithme népérien**

Exercice 1 : (4 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n+5}$ pour tout n de IN

0.25 1) Calculer u_1

0.5 2) Montrer par récurrence que pour tout n de IN, $u_n > 0$

1 3)a) Montrer que pour tout n de IN, $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$

puis en déduire que pour tout n de IN, $0 < u_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$

0.5 b) Calculer $\lim u_n$

4) On considère la suite numérique (v_n) définie par $v_n = \frac{4u_n}{2u_n+3}$ pour tout n de IN.

0.75 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$

1 b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de IN.

Exercice 2 : (5 points)

1) Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation :

(E) : $z^2 - 2\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)z + 16 = 0$

0.5 a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = -4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$

1 b) En déduire les solutions de l'équation (E) .

2) Soient les nombres complexes $a = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right) + i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$, $b = 1+i\sqrt{3}$ et $c = \sqrt{2}+i\sqrt{2}$

0.75 a) Vérifier que $b\overline{c} = a$, puis en déduire que $ac = 4b$

0.5 b) Ecrire les nombres complexes b et c sous forme trigonométrique.

0.5 c) En déduire que $a = 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points B, C et D d'affixes respectives b , c et d telle que $d = a^4$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{12}$

0.5 a) Vérifier que $z' = \frac{1}{4}az$

0.25 b) Déterminer l'image du point C par la rotation R

0.25 c) Déterminer la nature du triangle OBC .

0.75 d) Montrer que $a^4 = 128b$ et en déduire que les points O , B et D sont alignés

Exercice 3 : (4 points)

On considère la fonction numérique g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=2\sqrt{x}-2-\ln x$

0.5 1)a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $g'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$

0.5 b) Montrer que g est croissante sur $[1,+\infty[$

0.5 c) en déduire que pour tout x de $[1,+\infty[$, $0\le \ln x\le 2\sqrt{x}$ (remarquer que $2\sqrt{x}-2\le 2\sqrt{x}$)

1 d) Montrer que pour tout x de $[1,+\infty[$, $0\le \dfrac{(\ln x)^3}{x^2}\le \dfrac{8}{\sqrt{x}}$ et en déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^3}{x^2}$

0.75 2) a) Montrer que la fonction $G: x\mapsto x\left(-1+\dfrac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)$ est une primitive de g sur $]0,+\infty[$

0.75 b) Calculer l'intégrale $\int_1^4 g(x)dx$

Problème : (7 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x+\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right)$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i};\vec{j})$ (unité : 2cm)

0.5 1) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

0.5 2) a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y=-x+\dfrac{5}{2}$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$

0.75 b) Résoudre l'équation $e^{x-2}-4=0$ puis montrer que la courbe (C) est au dessus de (Δ) sur l'intervalle $]-\infty,2+\ln 4]$ et en dessous de (Δ) sur l'intervalle $[2+\ln 4,+\infty[$

0.5 3) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat

0.5 4) a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ $f'(x)=-\left(e^{x-2}-1\right)^2$

0.25 b) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0.75 5) Calculer $f''(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis montrer que $A(2,2)$ est un point d'inflexion de (C)

0.5 6) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α telle que $2+\ln 3<\alpha<2+\ln 4$

1 7) Construire (Δ) et (C) dans le repère $(O,\vec{i};\vec{j})$ ci-dessous (on prend $\ln 2\approx 0,7$ et $\ln 3\approx 1,1$)

0.5	**8) a) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$**
0.75	**b) Construire dans le même repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ la courbe représentative de la fonction f^{-1}** **(remarquer que la droite (Δ) est perpendiculaire à la première bissectrice du repère)**
0.5	**c) Calculer $\left(f^{-1}\right)'(2-\ln 3)$ (Remarquer que $f^{-1}(2-\ln 3)=2+\ln 3$)**

·/·

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2020
- عناصر الإجابة -
SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS
NR 22F

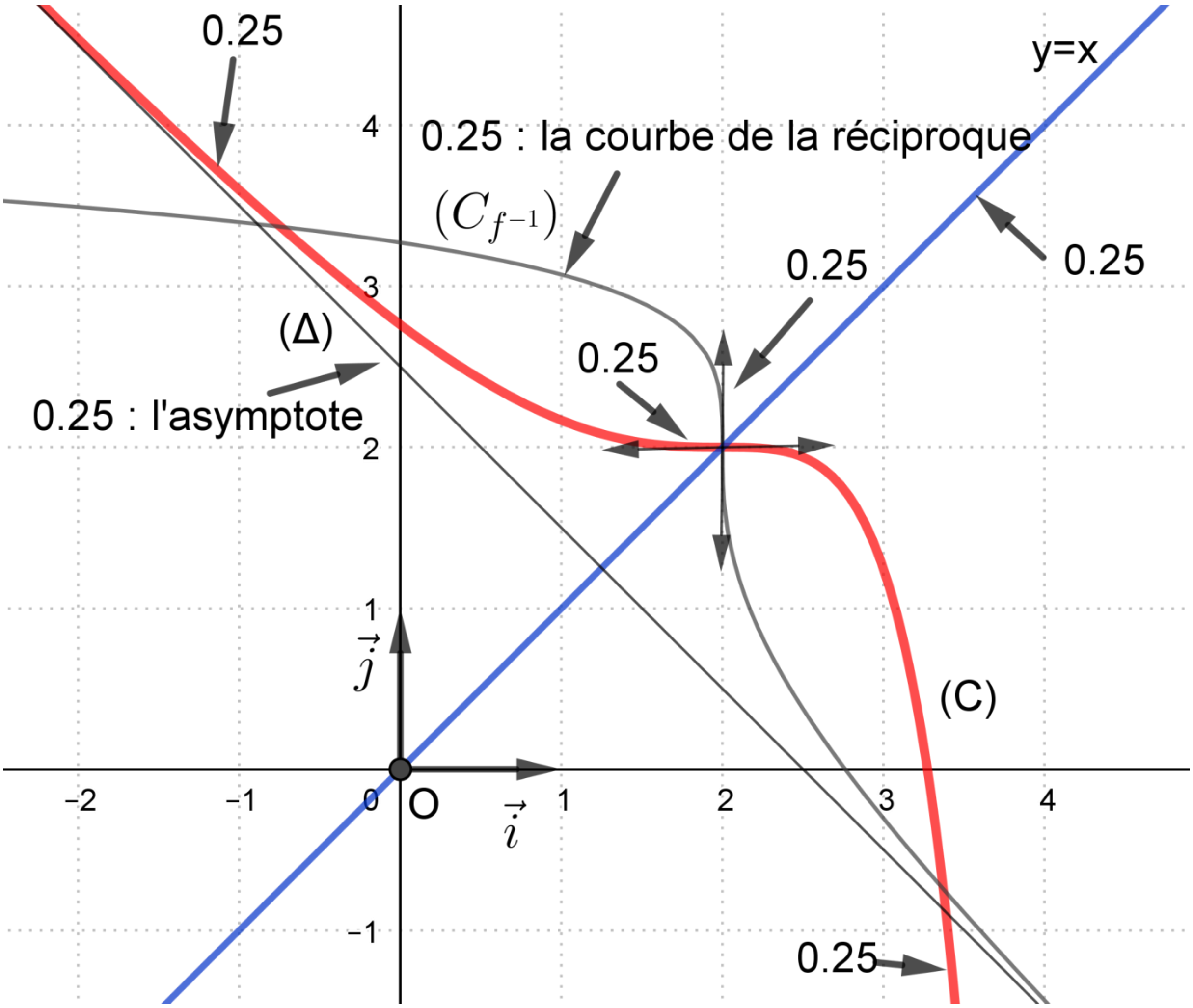
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

On prendra en compte les différentes étapes de la solution et on acceptera toute méthode correcte .

	Numéros des questions	Notes	Eléments de réponses
Exercice 1	1	0.25	
	2	0.5	
	3-a	1	0.5 pour le premier encadrement et 0.5 pour le deuxième
	3-b	0.5	
	4-a	0.75	
	4-b	1	0.5 pour $v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$ et 0.5 pour u_n en fonction de n
Exercice 2	1-a	0.5	
	1-b	1	0.5 pour chaque solution
	2-a	0.75	0.5 pour la vérification et 0.25 pour la déduction .
	2-b	0.5	0.25 pour chaque forme trigonométrique
	2-c	0.5	
	3-a	0.5	
	3-b	0.25	
	3-c	0.25	O est isocèle de sommet OBC Le triangle
	3-d	0.75	0.5 pour l'égalité et 0.25 pour la déduction .
Exercice 3	1-a	0.5	
	1-b	0.5	
	1-c	0.5	
	1-d	0.5	0.5 pour l'encadrement et 0.5 pour la limite
	2-a	0.75	
	2-b	0.75	
Problème	1	0.5	0.25 pour chaque limite
	2-a	0.5	On accepte toute méthode correcte
	2-b	0.75	0.25 pour l'équation et 0.25 pour la position relative dans chaque intervalle .
	3	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	4-a	0.5	
	4-b	0.25	La mention de $f'(2)$ dans le tableau de variation n'est pas nécessaire

Problème	5	0.75	0.25 pour le calcul de la dérivée seconde et 0.5 pour le point d'inflexion
	6	0.5	
	7	1	Voir le graphe ci-dessous
	8-a	0.5	
	8-b	0.75	Voir le graphe ci-dessous
	8-c	0.5	



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2021

- الموضوع -

ⴰⴳⵍⴷⵉⵏ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NS 22AG

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**fonctions numériques**	**2 points**
Exercice 2	**suites numériques**	**4 points**
Exercice 3	**Nombres complexes**	**5 points**
Problème	**Etude de fonctions numériques et calcul intégral**	**9 points**

- ✓ **On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z**
- ✓ **ln désigne la fonction logarithme népérien**

	Exercice 1 : (2 points)
0.5	**1) a) Résoudre dans** $\mathbb{R}$ **l'équation :** $e^{2x}-4e^{x}+3=0$
0.5	**b) Résoudre dans** $\mathbb{R}$ **l'inéquation :** $e^{2x}-4e^{x}+3\leq 0$
0.5	**c) Calculer** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+3}{e^{2x}-1}$
0.5	**2) Montrer que l'équation** $e^{2x}+e^{x}+4x=0$ **admet une solution dans l'intervalle** $[-1,0]$
	Exercice 2 : (4 points)
	Soit (u_n) **la suite numérique définie par :** $u_0=\dfrac{1}{2}$ **et** $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{3-2u_n}$ **pour tout** n **de** IN
0.25	**1) Calculer** u_1
0.5	**2) Montrer par récurrence que pour tout** n **de** IN **,** $0<u_n\leq\dfrac{1}{2}$
0.5	**3) a) Montrer que pour tout** n **de** IN **,** $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\leq\dfrac{1}{2}$
0.5	**b) En déduire la monotonie de la suite** (u_n)
0.75	**4) a) Montrer que pour tout** n **de** IN **,** $0<u_n\leq\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$ **; puis calculer la limite de la suite** (u_n)
0.5	**b) On pose** $v_n=\ln(3-2u_n)$ **pour tout** n **de** IN **, calculer** $\lim v_n$
0.5	**5) a) Vérifier que pour tout** n **de** IN **,** $\dfrac{1}{u_{n+1}}-1=3\left(\dfrac{1}{u_n}-1\right)$
0.5	**b) En déduire** u_n **en fonction de** n **pour tout** n **de** IN
	Exercice 2 : (5 points)
0.75	**1) Résoudre dans l'ensemble** $\mathbb{C}$ **des nombres complexes, l'équation :** $z^2-\sqrt{3}z+1=0$
	2) Soient les nombres complexes $a=e^{i\frac{\pi}{6}}$ **et** $b=\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
0.25	**a) Ecrire** a **sous forme algébrique .**
0.5	**b) Vérifier que** $\overline{a}b=\sqrt{3}$
	Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ **, on considère les points** A **,** B **et** C **d'affixes respectives** a **,** b **et** $\overline{a}$ **.**
0.5	**3) Montrer que le point** B **est l'image du point** A **par une homothétie** h **de centre** O **dont on déterminera le rapport.**

	4) Soient z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
0.5	**a) Ecrire z' en fonction de z et a.**
0.25	**b) Soit d l'affixe du point D image de C par la rotation R, montrer que $d = a+1$**
0.5	**c) Soit I le point d'affixe le nombre 1, montrer que $ADIO$ est un losange.**
0.75	**5)a) Vérifier que $d-b=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$; en déduire un argument du nombre $d-b$**
0.5	**b) Ecrire le nombre $1-b$ sous forme trigonométrique.**
0.5	**c) Déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BD}\right)$**
	Problème : (9 points)
	Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(0)=0$ et $f(x)=2x\ln x-2x$ si $x>0$
	et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 1cm)
0.5	**1) Montrer que f est continue à droite au point 0.**
0.5	**2)a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$**
0.5	**b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat**
0.75	**3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat**
0.5	**b) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0,+\infty[$**
0.5	**c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0,+\infty[$**
0.5	**4) a) Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$ les équations $f(x)=0$ et $f(x)=x$**
1	**b) Construire la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ (on prend $e^{\frac{3}{2}}\simeq 4.5$)**
0.5	**5) a) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^e x\ln x\,dx=\frac{1+e^2}{4}$**
0.5	**b) En déduire : $\int_1^e f(x)\,dx$**
0.25	**6)a) Déterminer le minimum de f sur $]0,+\infty[$**
0.5	**b) En déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$, $\ln x\geq\frac{x-1}{x}$**

	7) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1,+\infty[$
0.5	**a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.**
0.75	**b) Construire dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative de la fonction g^{-1}**
	8) on considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} h(x)=x^3+3x & ; x\leq 0 \\ h(x)=2x\ln x-2x & ; x>0 \end{cases}$
0.5	**a) Etudier la continuité de h au point 0**
0.5	**b) Etudier la dérivabilité de la fonction h à gauche au point 0 puis interpréter géométriquement le résultat.**
0.25	**c) La fonction h est-elle dérivable au point 0 ? justifier.**

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2021
- عناصر الإجابة -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NR 22AG

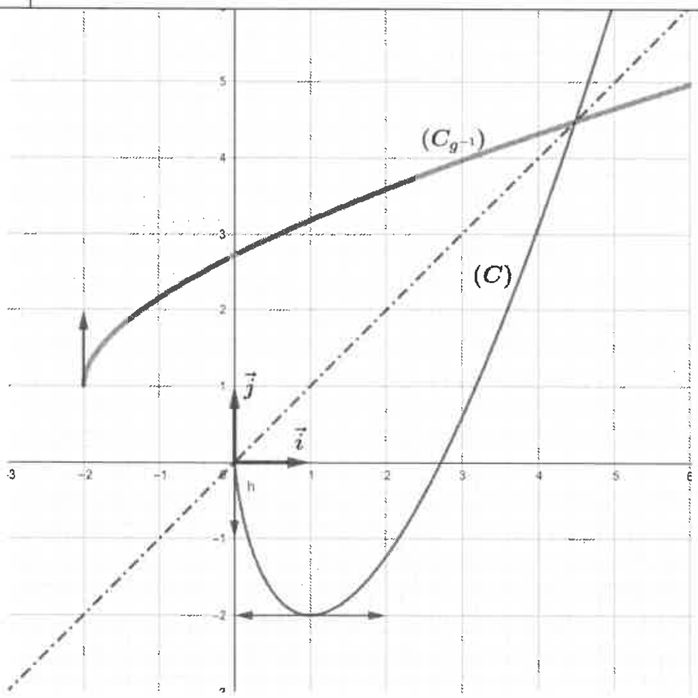
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

On prendra en compte les différentes étapes de la solution et on acceptera toute méthode correcte .

	Questions	Notes	Eléments de réponses
Exercice 1	1-a	0.5	
	1-b	0.5	
	1-c	0.5	
	2	0.5	
Exercice 2	1	0.25	
	2	0.5	
	3-a	0.5	
	3-b	0.5	
	4-a	0.75	0.5 pour l'encadrement et 0.25 pour la limite
	4-b	0.5	0.25 pour la continuité de la fonction et 0.25 pour la limite de la suite
	5-a	0.5	
	5-b	0.5	
Exercice 3	1	0.75	0.25 pour le discriminant et 0.25 pour chaque solution
	2-a	0.25	
	2-b	0.5	
	3	0.5	0.25 pour l'existence de l'homothétie et 0.25 pour son rapport
	4-a	0.5	
	4-b	0.25	
	4-c	0.5	
	5-a	0.75	0.25 pour la vérification et 0.5 pour l'argument
	5-b	0.5	
	5-c	0.5	
Problème	1	0.5	
	2-a	0.5	

Problème	2-b	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	3-a	0.75	0.5 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	3-b	0.5	
	3-c	0.5	
	4-a	0.5	0.25 pour chaque équation
	4-b	1	Voir le graphe ci-dessous: 0.25 pour la tangente horizontale, 0.25 pour la demi-tangente verticale, 0.25 pour la branche parabolique et 0.25 pour l'intersection avec l'axe des abscisses .
	5-a	0.5	
	5-b	0.5	
	6-a	0.25	
	6-b	0.5	
	7-a	0.5	
	7-b	0.75	Voir le graphe ci-dessous : 0.25 pour la demi-tangente verticale, 0.25 pour l'intersection avec l'axe des ordonnées et 0.25 pour l'intersection avec la première bissectrice du repère .
	8-a	0.5	
	8-b	0.5	
	8-c	0.25	



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2022
– الموضوع –

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SS
NS 22AG

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية: مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Géométrie de l'espace**	**3 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**3 points**
Exercice 3	**Calcul des probabilités**	**3 points**
Exercice 4	**Equations différentielles et calcul intégral**	**2.5 points**
Problème	**Etude de fonctions numériques et suites numériques**	**8.5 points**

- ✓ **On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et $|z|$ son module**
- ✓ **ln désigne la fonction logarithme népérien**

Exercice 1 (3points) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(0,1,1)$, $B(1,2,0)$ et $C(-1,1,2)$

0,5 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{k}$

0,25 b) En déduire que $x+z-1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0,5 2) Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1,1,2)$ et de rayon $R=\sqrt{2}$

Déterminer une équation de la sphère (S)

0,5 3) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) au point A

4) On considère la droite (Δ) passant par le point C et perpendiculaire au plan (ABC)

0,25 a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)

0,5 b) Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) en un point D dont on déterminera les coordonnées

0,5 c) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}\cdot\left(\vec{i}+\vec{k}\right)$, puis en déduire la distance $d\left(A,(\Delta)\right)$

Exercice 2 (3points) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère le point A d'affixe $a=-1-i\sqrt{3}$, le point B d'affixe $b=-1+i\sqrt{3}$ et la translation t de vecteur $\overrightarrow{OA}$

0,5 1) Prouver que l'affixe du point D image du point B par la translation t est $d=-2$

2) On considère la rotation R de centre D et d'angle $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

0,5 Montrer que l'affixe du point C image du point B par la rotation R est $c=-4$

0,5 3) a) Ecrire le nombre $\frac{b-c}{a-c}$ sous forme trigonométrique

0,5 b) En déduire que $\left(\frac{b-c}{a-c}\right)^2=\frac{c-d}{b-d}$

4) Soient (Γ) le cercle de centre D et de rayon 2, (Γ') le cercle de centre O et de rayon 4 et M un point d'affixe z appartenant aux deux cercles (Γ) et (Γ')

0,25 a) Vérifier que $|z+2|=2$

0,5 b) Prouver que $z+\bar{z}=-8$ (remarquer que $|z|=4$)

0,25 c) En déduire que les cercles (Γ) et (Γ') se coupent en un point unique qu'on déterminera

Exercice 3 (*3points*) :

Une urne contient dix boules : trois boules blanches, trois boules vertes et quatre boules rouges indiscernables au toucher. On tire au hasard simultanément trois boules de l'urne.

0,75 1) Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{6}$; où A est l'évènement " N'obtenir aucune boule rouge "

0,75 2) Calculer $p(B)$; où B est l'évènement " Obtenir trois boules blanches ou trois boules vertes "

0,75 3) Montrer que $p(C)=\dfrac{1}{2}$; où C est l'évènement " Obtenir exactement une boule rouge "

0,75 4) Calculer $p(D)$; où D est l'évènement " Obtenir au moins deux boules rouges "

Exercice 4 (*2.5points*) :

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=(x+1)e^{x}$

0,75 1) a) Vérifier que $x \mapsto xe^{x}$ est une primitive de la fonction h sur $\mathbb{R}$; puis calculer $I=\int_{-1}^{0} h(x)\,dx$

0,75 b) A l'aide d'une intégration par parties calculer $J=\int_{-1}^{0}(x+1)^{2} e^{x}\,dx$

0,5 2) a) Résoudre l'équation différentielle $(E): y''-2y'+y=0$

0,5 b) Montrer que la fonction h est la solution de (E) qui vérifie les conditions $h(0)=1$ et $h'(0)=2$

Problème (*8.5points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x(e^{\frac{x}{2}}-1)^{2}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1cm$)

0,5 1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0,5 2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat

0,5 3) a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y=x$ est asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$

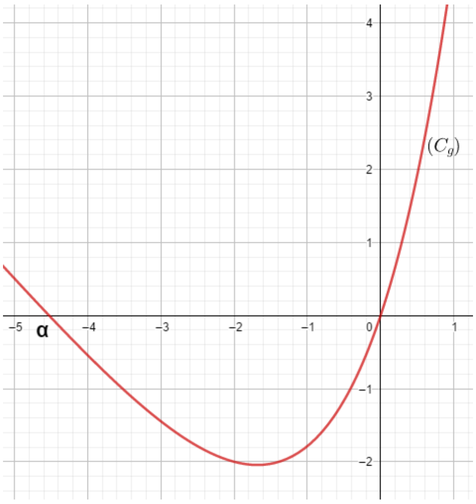
0,75 b) Etudier le signe de $(f(x)-x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ)

0,5 4) a) Montrer que $f'(x)=(e^{\frac{x}{2}}-1)^{2}+xe^{\frac{x}{2}}(e^{\frac{x}{2}}-1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0,5 b) Vérifier que $x(e^{\frac{x}{2}}-1)\geq 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire le signe de la fonction dérivée f' sur $\mathbb{R}$

0,25 c) Dresser le tableau des variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$

0,5	5) a) Montrer que $f''(x)=\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}g(x)$; où $g(x)=(2x+4)e^{\frac{x}{2}}-x-4$ pour tout x de $\mathbb{R}$
0,5	b) A partir de la courbe ci-contre de la fonction g , déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ (Remarque : $g(\alpha)=0$)
0,5	c) Etudier la concavité de la courbe (C) et déterminer les abscisses des deux points d'inflexions.
1	6) Construire la courbe (C) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ (On prend : $\ln(4)\approx 1,4$, $\alpha \approx -4,5$ et $f(\alpha)\approx -3,5$)
0,5	7) a) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$
0,25	b) Calculer $\left(f^{-1}\right)'(\ln 4)$
	8) Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0=1$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0,5	a) Montrer par récurrence que $0<u_n<\ln 4$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0,5	b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
0,25	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
0,5	d) Calculer la limite de la suite (u_n) .



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2022

«S

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

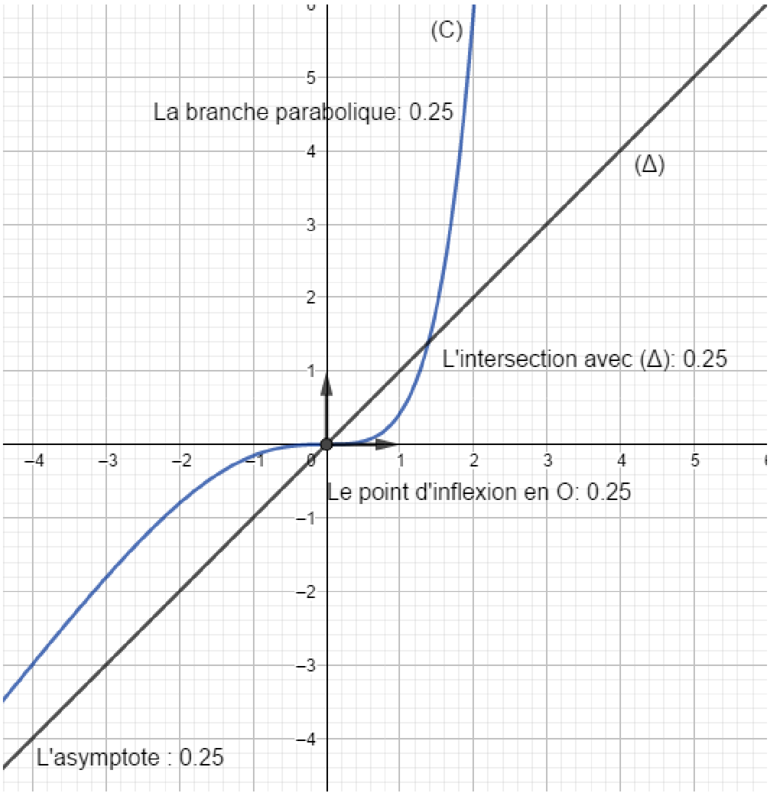
SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SS	**I	– عناصر الإجابة –	NR 22AG

7	المعامل	3	مدة الإنجاز	الرياضيات شعبة العلوم التجريبية: مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	المادة الشعبة والمسلك

On prendra en compte les différentes étapes de la solution et on acceptera toute méthode correcte .

	Questions	Notes	Eléments de réponses
Exercice 1	1-a	0.5	
	1-b	0.25	
	2	0.5	
	3	0.5	0.25 pour la tangence et 0.25 pour le point de tangence
	4-a	0.25	
	4-b	0.5	0.25 pour la tangence et 0.25 pour le point de tangence
	4-c	0.5	0.25 pour le produit scalaire et 0.25 pour la distance
Exercice 2	1	0.5	
	2	0.5	
	3-a	0.5	
	3-b	0.5	
	4-a	0.25	
	4-b	0.5	
	4-c	0.25	
Exercice 3	1	0.75	
	2	0.75	
	3	0.75	
	4	0.75	
Exercice4	1-a	0.75	
	1-b	0.75	
	2-a	0.5	
	2-b	0.5	

	Questions	Notes	Eléments de réponses
Problème	1	0.5	0.25 pour chaque limite
	2	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	3-a	0.5	
	3-b	0.75	0.5 pour signe de $\left(f(x)-x\right)$ et 0.25 pour la position relative
	4-a	0.5	
	4-b	0.5	0.25 pour la vérification et 0.25 pour le signe de la dérivée
	4-c	0.25	
	5-a	0.5	
	5-b	0.5	
	5-c	0.5	0.25 pour la concavité et 0.25 pour les abscisses des points d'inflexion 0 et α
	6	1	Voir le détail dans le graphe ci-dessous
	7-a	0.5	
	7-b	0.25	
	8-a	0.5	
	8-b	0.5	
	8-c	0.25	
	8-d	0.5	


(C)
La branche parabolique: 0.25
(Δ)
L'intersection avec (Δ): 0.25
Le point d'inflexion en O: 0.25
L'asymptote : 0.25

↔

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2023

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS

الموضوع

NS 22F

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude de fonctions numériques, calcul intégral et suites numériques	11 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 (3points) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,1,4)$, $B(2,1,2)$, $C(2,5,0)$ et $\Omega(3,4,4)$.

0.25 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\left(2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\right)$

0.5 b) En déduire l'aire du triangle ABC et la distance $d\left(B,\left(AC\right)\right)$

2) Soit D le milieu du segment $[AC]$

0.25 a) Vérifier que $\overrightarrow{D\Omega}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)$

0.5 b) En déduire que $d\left(\Omega,\left(ABC\right)\right)=3$.

3) Soit (S) la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-6x-8y-8z+32=0$

0.5 a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S)

0.5 b) Montrer que le plan $\left(ABC\right)$ est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.

0.5 4) Soient $\left(Q_1\right)$ et $\left(Q_2\right)$ les deux plans parallèles à $\left(ABC\right)$ tels que chacun d'eux coupe (S) suivant un cercle de rayon $\sqrt{5}$

Déterminer une équation cartésienne pour chacun des deux plans $\left(Q_1\right)$ et $\left(Q_2\right)$

Exercice 2 (3points) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$, $b=1+\sqrt{2}+i$, $c=\overline{b}$ et $d=2i$

0.25 1) Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique.

0.25 2) a) Vérifier que $b-d=c$

0.5 b) Montrer que $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(b-a\right)=b-d$ et déduire que les points A, B et D sont alignés.

0.25 3) a) Vérifier que $ac=2b$

0.5 b) En déduire que $2arg(b)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

4) Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ et qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'.

0.25 a) Montrer que $z'=\frac{1}{2}az$

0.5 b) En déduire que $R\left(C\right)=B$ et que $R\left(A\right)=D$

0.5 c) Montrer que $\frac{b-a}{c-a}=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$, puis déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)$

Exercice 3 (3points) :

Une urne U_1 contient six boules portant les nombres : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 et une urne U_2 contient cinq boules portant les nombres: 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2.

On suppose que les boules des deux urnes sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

« On tire une boule de l'urne U_1 et on note le nombre a qu'elle porte, puis on la met dans l'urne U_2, ensuite on tire une boule de l'urne U_2 et on note le nombre b qu'elle porte ».

On considère les événements suivants :

A : "la boule tirée de l'urne U_1 porte le nombre 1"

B : "le produit ab est égal à 2"

0.5 1) a) Calculer $p(A)$; la probabilité de l'événement A.

0.5 b) Montrer que $p(B)=\frac{1}{4}$ (On peut utiliser l'arbre des possibilités)

0.75 2) Calculer $p(A/B)$; probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

3) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience, le produit ab

0.25 a) Montrer que $p(X=0)=\frac{1}{3}$

0.5 b) Donner la loi de probabilité de X (Remarquer que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 et 4)

0.5 c) On considère les événements :

M : " le produit ab est pair non nul" et N : "le produit ab est égal à 1 "

Montrer que les événements M et N sont équiprobables.

Problème (11points) :

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=2-\frac{2}{x}+(1-\ln x)^2$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1cm$).

0.25 1) a) Vérifier que pour tout $x\in]0,+\infty[$: $f(x)=\dfrac{3x-2-2x\ln x+x(\ln x)^2}{x}$

0.5 b) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x)^2=0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (On peut poser : $t=\sqrt{x}$)

0.5 c) Déduire que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat.

0.75 d) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis montrer que la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

0.5 2) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2(1-x+x\ln x)}{x^2}$

3) En exploitant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction dérivée f' de f sur $]0,+\infty[$:

x	0		1		β		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$f'(\beta)$	↘	0

(On donne $\beta \approx 4.9$)

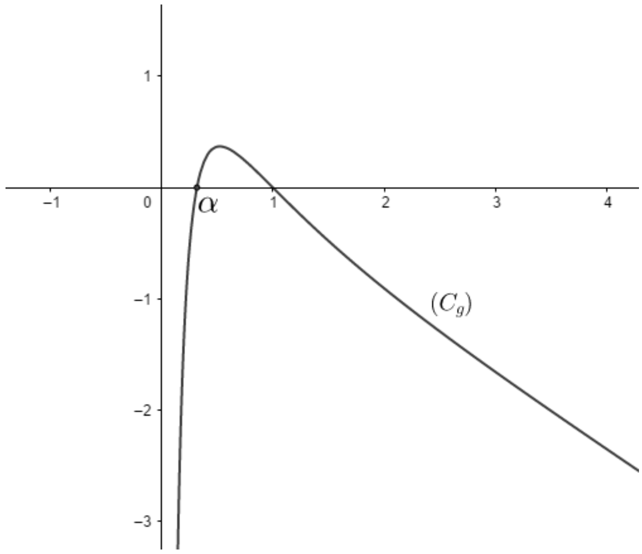
0.5 a) Prouver que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de f

0.5 b) Donner le tableau de signe de la dérivée seconde f'' de la fonction f sur $]0,+\infty[$

1 c) Déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant les abscisses de ses deux points d'inflexion.

4) La courbe (C_g) ci-contre est la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(x) - x$ et qui s'annule en α et 1 $(\alpha \approx 0,3)$

Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$.



0.5 a) A partir de la courbe (C_g), déterminer le signe de la fonction g sur $]0,+\infty[$

0.5 b) Déduire que la droite (Δ) est en dessous de (C_f) sur l'intervalle $[\alpha,1]$ et au-dessus de (C_f) sur les intervalles $]0,\alpha]$ et $[1,+\infty[$

1.5 5) Construire la courbe (C_f) et la droite (Δ) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(On prend : $\alpha \approx 0.3$, $\beta \approx 4.9$ et $f(\beta) \approx 1.9$)

0.5 6) a) Vérifier que la fonction $x \mapsto 2x - x\ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 1 - \ln x$ sur $[\alpha,1]$

1 b) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_{\alpha}^{1}(1-\ln x)^2 dx = 5(1-\alpha) + \alpha(4-\ln\alpha)\ln\alpha$

0.75 c) Déduire en fonction de α l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$

7) Soit la suite numérique (u_n) définie par $u_0 \in]\alpha,1[$ et la relation $u_{n+1} = f(u_n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

0.5 a) Montrer par récurrence que $\alpha < u_n < 1$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est croissante. (on peut utiliser la question 4) b)

0.75 c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2023

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

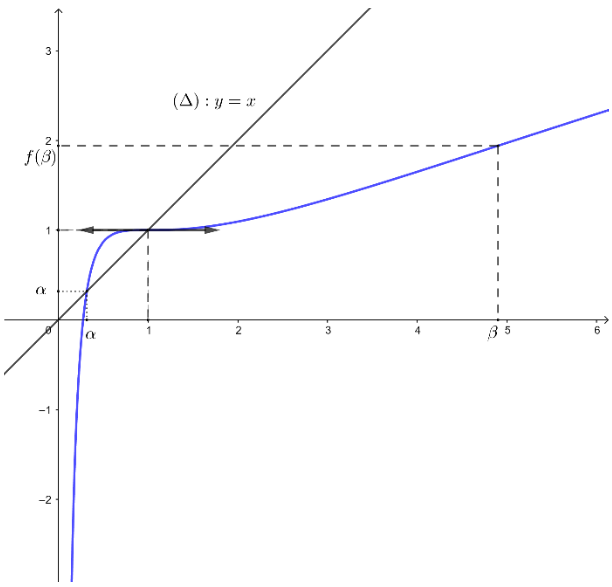
SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS | عناصر الإجابة | NR 22F

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

On prendra en compte les différentes étapes de la solution et on acceptera toute méthode correcte .

	Questions	Notes	Eléments de réponses
Exercice 1	1-a	.025	
	1-b	0.5	0.25 pour l'aire et 0.25 pour la distance
	2-a	.025	
	2-b	0.5	0.25 pour D projeté orthogonal de Ω sur (ABC) et 0.25 pour le calcul de $D\Omega$
	3-a	0.5	0.25 pour le centre Ω et 0.25 pour le rayon 3
	3-b	0.5	0.25 pour la tangence et 0.25 pour le point de tangence D
	4	0.5	0.25 pour chaque équation: $2x+y+2z-12=0$ et $2x+y+2z-24=0$
Exercice 2	1	0.25	
	2-a	0.25	
	2-b	0.5	0.25 pour l'égalité et 0.25 pour l'alignement des points
	3-a	.025	
	3-b	0.5	0.25 pour $\arg a+\arg c\equiv\arg b[2\pi]$ et 0.25 pour le reste
	4-a	.025	
	4-b	0.5	2×0.25
	4-c	0.5	0.25 pour la relation et 0.25 pour une mesure de l'angle
Exercice 3	1-a	0.5	0.25 pour la formule et 0.25 pour $p(A)=\frac{1}{2}$
	1-b	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le calcul
	2	0.75	0.5 pour la méthode et 0.25 pour le résultat $p(A/B)=\frac{2}{3}$
	3-a	.025	
	3-b	0.5	0.25 pour $\mathrm{p}(X=1)$ et 0.25 pour $\mathrm{p}(X=4)$
	3-c	0.5	0.25 pour $p(M)=\frac{1}{3}$ et 0.25 pour la comparaison

	Questions	Notes	Eléments de réponses
Problème	1-a	.025	
	1-b	0.5	0.25 pour chaque limite
	1-c	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	1-d	0.75	0.25 pour la limite et 0.5 pour la branche parabolique
	2	0.5	.025 pour les formules de dérivation et .025 pour les calculs
	3-a	0.5	2×0.25
	3-b	0.5	.025 pour les signes et .025 pour $f''(1)=f''(\beta)=0$
	3-c	1	0.5 pour la concavité et 0.25 pour chaque point d'inflexion
	4-a	0.5	
	4-b	0.5	0.25 pour chaque position relative
	5	1.5	Voir le graphe ci-dessous : 0.25 pour construire (Δ) ; 0.25 pour la tangente en 1; 0.25 pour la branche parabolique ; 0.25 pour l'asymptote verticale ; 0.25 pour l'intersection de la courbe avec (Δ) et 0.25 pour le changement de concavité au point d'abscisse β
	6-a	0.5	0.25 pour évoquer la définition de la primitive et 0.25 pour le résultat
	6-b	1	0.5 pour la technique d'intégration par parties et 0.5 pour le calcul
	6-c	.075	0.25 pour la formule de l'aire et 0.25 pour le calcul de $\int_\alpha^1 \left(2-\frac{2}{x}\right)dx$ et .025 pour le reste du calcul
	7-a	0.5	0.25 pour le principe de récurrence et 0.25 pour le reste
	7-b	0.5	
	7-c	.075	0.25 pour les hypothèses nécessaires pour la suite (continuité de la fonction, stabilité de l'intervalle) 0.25 pour justifier la convergence et 0.25 pour calculer la limite



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2024
- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSSS | NS 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème, indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	4 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	2 points
Problème	Etude de fonctions numériques et calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 (3 points) :

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 2}{1+u_n}$, pour tout entier naturel n

0.25 1) a) Vérifier que $u_{n+1} = 4 - \dfrac{6}{1+u_n}$, pour tout entier naturel n

0.5 b) Montrer par récurrence que $2 \le u_n \le 4$, pour tout entier naturel n

0.25 2) a) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n - 1)(2 - u_n)}{1+u_n}$, pour tout entier naturel n

0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire que (u_n) est convergente.

3) Soit (v_n) la suite numérique définie par $v_n = \dfrac{2-u_n}{1-u_n}$, pour tout entier naturel n

0.5 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{3}$

0.5 b) Montrer que $u_n = 1 + \dfrac{1}{1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}}$, pour tout entier naturel n

0.5 c) Calculer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 (3 points) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les deux points $A(-1, 0, -1)$ et $B(1, 2, -1)$, le plan (P) passant par A et de vecteur normal $\vec{n}(2,-2,1)$ et la sphère (S) de centre $\Omega(2, -1, 0)$ et de rayon 5

0.25 1) Montrer que $2x - 2y + z + 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P)

0.25 2) Déterminer une équation cartésienne de la sphère (S)

0.5 3) a) Vérifier que la distance du point Ω au plan (P) est $d(\Omega,(P)) = 3$

0.5 b) En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon à déterminer.

0.5 4) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire au plan (P)

0.5 b) Montrer que le point $H(0,1,-1)$ est le centre du cercle (Γ)

0.5 c) Montrer que la droite (Δ) est une médiatrice du segment $[AB]$

α

Exercice 3 (4 points) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives $a=\sqrt{3}(1-i)$ et $b=2+\sqrt{3}+i$

0.5 1) Vérifier que $|a|=\sqrt{6}$ et que $\arg(a)\equiv\frac{-\pi}{4}[2\pi]$

0.75 2) a) Montrer que $\frac{b}{a}=\frac{3+\sqrt{3}}{6}+\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)i$ puis vérifier que $\frac{b}{a}=\frac{3+\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{\pi}{3}}$

0.75 b) En déduire une forme trigonométrique du complexe b puis vérifier que b^{24} est un nombre réel.

3) Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$, qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'. On pose $R(B)=B'$, $R(A)=A'$ et $R(A')=A''$

0.5 a) Vérifier que $z'=\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}+i\right)z$ et que $\arg(a')\equiv\frac{-\pi}{12}[2\pi]$ où a' est l'affixe du point A'

0.5 b) Montrer que l'affixe du point A'' est $a''=\sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{12}}$ et en déduire que les points O, A'' et B sont alignés.

0.5 c) Montrer que b', l'affixe du point B' , vérifie $b'=\left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right)\overline{a}$

0.5 d) En déduire que le triangle OAB' est rectangle en O

Exercice 4 (2 points) :

Une urne contient sept boules : quatre boules portant le numéro1, deux boules portant le numéro 2 et une boule portant le numéro 3. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On tire simultanément au hasard deux boules de cette urne.

0.5 1) Montrer que $p(A)=\frac{1}{3}$, où A est l'évènement « les deux boules tirées portent le même numéro »

0.5 2) Montrer que $p(B)=\frac{5}{21}$, où B est l'évènement « La somme des numéros des boules tirées est 4 »

0.5 3) Calculer $p\left(A\cap B\right)$

0.5 4) Les événements A et B sont -ils indépendants ? Justifier.

α

Problème (8 points) :

Partie I : On considère les deux fonctions u et v définies sur $\mathbb{R}$ par : $u(x)=e^{x}$ et $v(x)=x$

On considère dans un même repère orthonormé les courbes $(\mathcal{C}_u)$ et $(\mathcal{C}_v)$ des fonctions u et v

0.5 1) Tracer dans un même repère orthonormé les courbes $(\mathcal{C}_u)$ et $(\mathcal{C}_v)$

0.25 2) Justifier graphiquement que $e^{x}-x>0$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0.5 3) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_u)$, la courbe $(\mathcal{C}_v)$ et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$

Partie II : On considère la fonction numérique f définie par $f(x)=x+1-\ln\left(e^{x}-x\right)$.

0.25 1) a) Vérifier que f est définie sur $\mathbb{R}$

0.5 b) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f(x)=1-\ln\left(1-xe^{-x}\right)$

0.5 c) En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$, puis interpréter géométriquement ce résultat.

0.25 2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

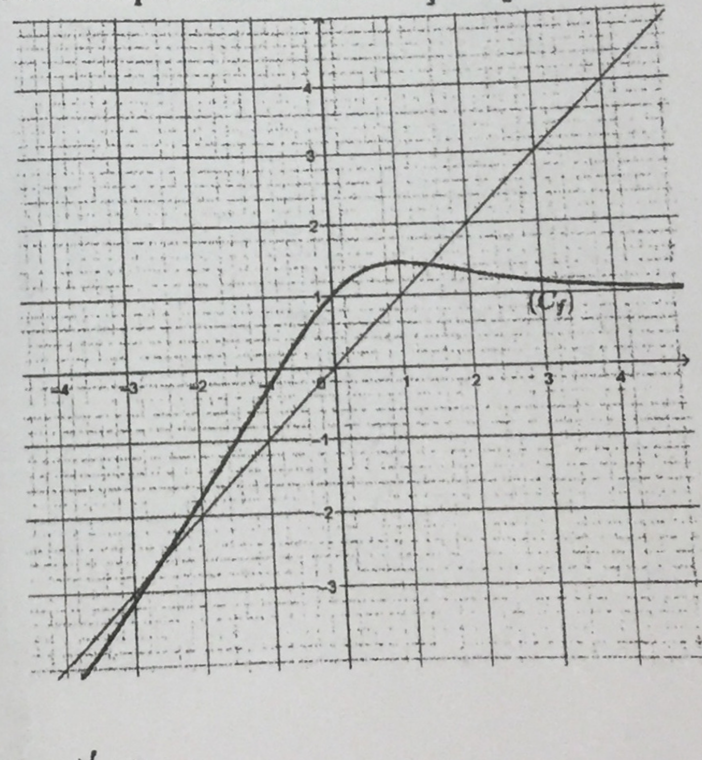
0.5 b) Vérifier que pour tout $x<0$, $f(x)=x+1-\ln(-x)-\ln\left(1-\dfrac{1}{xe^{-x}}\right)$

0.75 c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ puis déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction la droite d'équation $y=x$ au voisinage de $-\infty$

0.5 3) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{1-x}{e^{x}-x}$

0.5 b) Etudier le signe de la fonction dérivée de f , puis déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

0.75 c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-1,0[$



4) La courbe $(\mathcal{C}_f)$ ci-contre est la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.

0.5 a) Justifier graphiquement que l'équation $f(x)=x$ admet deux solutions α et β.

0.5 b) Montrer que : $e^{\alpha}-e^{\beta}=\alpha-\beta$

5) Soit g la restriction de la fonction f sur l'intervalle $I=]-\infty,1]$

0.5 a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera. (Il n'est pas demandé de déterminer $g^{-1}(x)$)

0.75 b) Vérifier que g^{-1} est dérivable en 1 et calculer $\left(g^{-1}\right)'(1)$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2025
- الموضوع -

NS - 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقويم التعلمات

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices et le problème suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème, indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3.5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	2.5 points
Problème	Etude de fonctions numériques, suites numériques et calcul intégral	11 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ e est le nombre réel tel que $ln(e)=1$.

Exercice 1 (3 points) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(0,0,2)$, $B(2,0,0)$ et la sphère (S) de centre O et de rayon $R=2$

0.25 1) a) Déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S)

0.5 b) Vérifier que les points A et B appartiennent à la sphère (S)

2) Soit I le milieu du segment $[AB]$.

0.25 a) Déterminer l'intersection du plan (OAB) avec la sphère (S)

0.5 b) Vérifier que $\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{AB}=0$ puis montrer que $d(O,(AB))=\sqrt{2}$

3) On considère un point $M(0,m,0)$ de l'espace, où $m\in\mathbb{R}$

0.5 a) Vérifier que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AM}=2m\vec{i}+4\vec{j}+2m\vec{k}$

0.25 b) Déduire que $mx+2y+mz-2m=0$ est une équation cartésienne du plan (ABM)

0.25 c) Montrer que $d(O,(ABM))=\dfrac{2|m|}{\sqrt{4+2m^2}}$

4) Le plan (ABM) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ_m) de rayon r

0.5 Montrer que $r=\sqrt{2+\dfrac{4}{2+m^2}}$ et déduire que $\sqrt{2}<r\leq 2$, pour tout $m\in\mathbb{R}$

Exercice 2 (3.5 points) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C, D et Ω d'affixes respectives $a=1+2i$, $b=\overline{a}$, $c=\dfrac{3(3+i)}{2}$, $d=\dfrac{3(1+i)}{2}$ et $\omega=\dfrac{5}{2}$

0.5 1) a) Vérifier que $a+b=2$ et déduire que l'affixe du point P, milieu du segment $[AB]$ est $p=1$

0.5 b) Montrer que a et b sont les solutions de l'équation : $z^2-2z+5=0$ dans l'ensemble $\mathbb{C}$

0.5 2) a) Vérifier que $|\omega-a|=|\omega-b|=|\omega-c|$

0.25 b) Déduire que Ω est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

0.25 3) a) Vérifier que $\dfrac{d-c}{a-b}=\dfrac{3}{4}i$

0.5 b) Montrer que $d-b=(c-a)e^{i\frac{\pi}{2}}$ puis déduire que les droites (DB) et (AC) sont perpendiculaires

4) Soit h l'homothétie de centre C et de rapport $\dfrac{2}{3}$ et qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'. On pose $h(P)=G$

0.25 a) Vérifier que $z'=\dfrac{2}{3}z+\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$

0.25 b) Montrer que l'affixe du point G est $g=\dfrac{13}{6}+\dfrac{1}{2}i$

0.5 5) Montrer que les points Ω, G et D sont alignés.

Exercice 3 (2.5 points) :

Une urne contient six boules indiscernables au toucher :

Quatre boules blanches numérotées : 0 ; 1 ; 1 ; 1 et deux boules noires numérotées : 0 ; 1

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.

On considère les évènements suivants :

A « Les deux boules tirées portent le numéro 1 »

B « Les deux boules tirées sont de même couleur »

0.5 1) a) Montrer que $p(A)=\dfrac{2}{5}$

0.5 b) Montrer que $p(B)=\dfrac{7}{15}$

0.5 c) Les évènements A et B sont – ils indépendants ? justifier.

2) On répète l'expérience précédente trois fois successives. On considère la variable aléatoire X indiquant le nombre de fois que l'on réalise l'événement A.

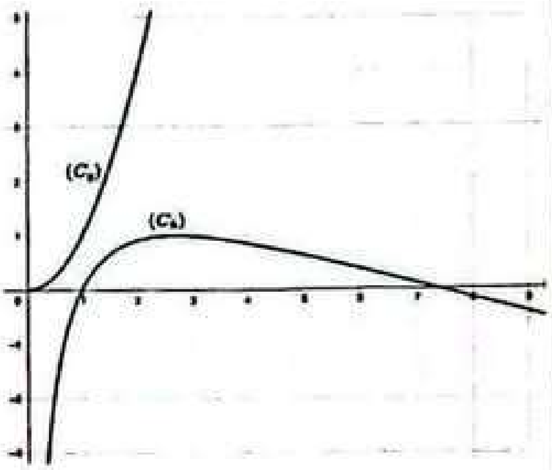
0.75 a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous, représentant la loi de probabilités de X

$X=x_i$	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\dfrac{27}{125}$			

0.25 b) Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X

Problème (11 points) :

Partie I : Le graphique ci-contre représente les courbes $(\mathcal{C}_g)$ et $(\mathcal{C}_h)$ des fonctions : $g: x \mapsto x^2$ et $h: x \mapsto 2\ln x-(\ln x)^2$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$ dans un même repère orthonormé.



0.25 1) a) Justifier graphiquement que pour tout x de $]0,+\infty[$:

$g(x)-h(x)>0$

0.5 b) Déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$: $\dfrac{2\ln x-(\ln x)^2}{x^2}<1$

0.5 2) a) Vérifier que la fonction $H: x \mapsto x\ln x - x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$, puis déduire que $\int_1^{e^2} \ln(x)\,dx = 1+e^2$

0.5 b) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^{e^2} (\ln x)^2 dx = 2e^2-2$

0.5 c) Résoudre sur l'intervalle $]0,+\infty[$, l'équation $h(x)=0$ et déduire les deux points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_h)$ avec l'axe des abscisses.

0.5 d) Déduire, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_h)$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x=1$ et $x=e^2$.

Partie II :

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=x-\dfrac{(\ln x)^2}{x}$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 1) a) Vérifier que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat.

0.5 b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (On peut poser $t=\sqrt{x}$), puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0.5 c) Déduire que la droite d'équation $y=x$ est une asymptote oblique de (C_f) au voisinage de $+\infty$

0.75 2) a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x)=1-\dfrac{2\ln x-(\ln x)^2}{x^2}$

0.5 b) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0,+\infty[$

(On peut utiliser la question Partie I-1-b)

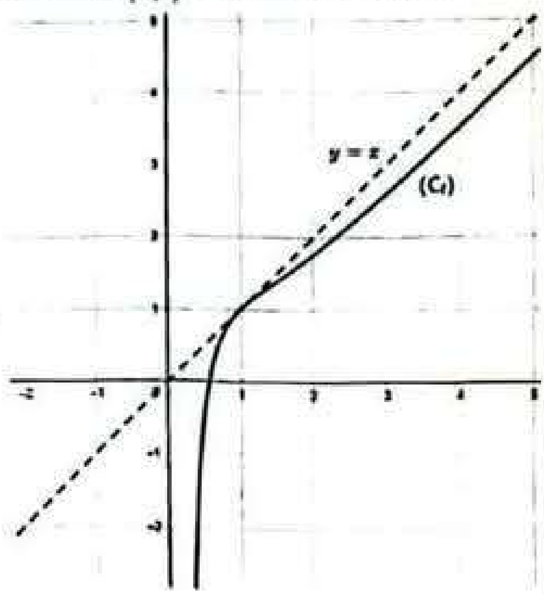
0.5 3) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0,+\infty[$.

0.75 b) Vérifier que $e^{-1}<\alpha<1$ et montrer que $\ln\alpha=-\alpha$.

0.25 c) Montrer que $f(x)\le x$, pour tout $x\in]0,+\infty[$

0.5 d) Montrer que $y=x$ est l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1

4) Le graphique ci-contre représente la courbe (C_f) dans le repère orthonormé $(O,\vec{i};\vec{j})$.



Soit φ la restriction de f sur l'intervalle $]0,1]$

0.5 a) Montrer que φ admet une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.
(Il n'est pas demandé de déterminer l'expression $\varphi^{-1}(x)$)

0.5 b) Montrer que φ^{-1} est dérivable en 0 et que

$$\left(\varphi^{-1}\right)'(0)=\frac{\alpha}{2+2\alpha}$$

0.75 c) Recopier la courbe de φ et construire la courbe de φ^{-1} dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Partie III :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0=e$ et $u_{n+1}=f(u_n)$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 1) Montrer par récurrence que $1<u_n$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 2) a) Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (On peut utiliser la question Partie II-3-c)

0.25 b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

0.5 c) Déterminer la limite de la suite (u_n).