خاص بكتابة المباراة	مباراة توظيف الأساتذة أطر الأكاديميات بالنسبة للتعليم الثانوي بسلكيه الإعدادي والتأهيلي – دورة نونبر 2020 الموضوع	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي — المركز الوطني للتقويم والامتحانات
رقم الامتحان		
الإسم الشخصي والعائلي :		
تاريخ ومكان الازدياد :		

التخصص: الرياضيات	الاختبار : مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص	مدة الإنجاز:	ثلاث ساعات	المعامل	5

التخصص : الرياضيات الاختبار : مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص	النقطة النهائية على 40 بالأرقام	خاص بكتابة المباراة
ورقة الإجابة	وبالحروف	
	إسم المصحح وتوقيعه :	الصفحة : 1 على 22

تعليمات للمترشح

الاختبار يتكون من موضوعين:

- الموضوع الأول يتعلق بمادة الرياضيات يتكون من أسئلة متعددة الاختيارات (20 نقطة)
- الموضوع الثاني يتعلق بمادة ديداكتيك الرياضيات يتكون من ثلاثة أجزاء (20 نقطة).

ملحوظة:

- جميع الأجوبة المتعلقة بأسئلة الاختبار (المكون من الموضوعين) تحرر على **ورقة الاختبار**.

- بالنسبة للموضوع الأول المتعلق بأسئلة متعددة الاختيارات، كل سؤال يقبل جوابا صحيحا واحدا و تتم الإجابة على **ورقة الاختبار** بالطريقة التالية:

Question :

$7+5=$

- ☐ 13
- ☐ 11
- ☒ 12
- ☐ 14

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

موضوع في مادة الرياضيات:(20 نقطة)

QUESTION 1 :

Soient a et b deux nombres réels tels que : $a^5 = \sqrt{2021} - \sqrt{2020}$ et $b^5 = \sqrt{2021} + \sqrt{2020}$.

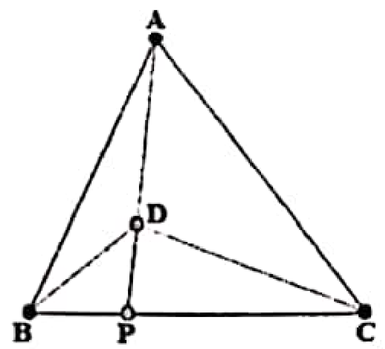
La valeur du nombre $\dfrac{1}{a+1} + \dfrac{1}{b+1}$ est :

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3

QUESTION 2 :

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle et P un point du segment $[BC]$ différent des points B et C, et D un point quelconque du segment $[AP]$différent des points A et P. On pose S l'aire du triangle ADC et S' l'aire du triangle ADB.

On montre que :



- ☐ $\dfrac{S}{S'} = \dfrac{AB}{AC}$
- ☐ $\dfrac{S}{S'} = \dfrac{DC}{DB}$
- ☐ $\dfrac{S}{S'} = \dfrac{PC}{PB}$
- ☐ $\dfrac{S}{S'} = \dfrac{PD}{PC}$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

QUESTION 3 :
$ABCD$ un trapèze tel que $(AB)//(CD)$. On pose $AB = a$ et $CD = b$ avec $a < b$.
On suppose que : $\widehat{ADC} + \widehat{BCD} = 90°$. Soient M et N les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$, alors :

- ☐ $MN = \dfrac{a+b}{2}$
- ☐ $MN = b - a$
- ☐ $MN = \dfrac{b-a}{2}$
- ☐ $MN = \dfrac{a+b}{4}$

QUESTION 4 :
Soit k un nombre réel. On considère dans le plan les points A, B, C et G tels que : $3\overrightarrow{CG} = k\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$. La valeur de c pour laquelle le point G est barycentre du système pondéré $\{(A,k);(B,2);(C,c)\}$ est :

- ☐ k
- ☐ $1+k$
- ☐ $1-k$
- ☐ $-k$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

QUESTION 5 :

On considère la suite numérique (X_n) définie par $X_0 = 3$ et $X_{n+1} = \dfrac{X_n}{2X_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. (X_n) est périodique de période :

- ☐ 4
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 5

QUESTION 6 :

a et b sont deux réels tels que : $\sin a + \sin b = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $\cos a + \cos b = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

On montre que :

- ☐ $\cos(a-b) = \dfrac{1}{2}$
- ☐ $\cos(a-b) = 0$
- ☐ $\cos(a-b) = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$
- ☐ $\cos(a-b) = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

QUESTION 7 :

La fonction f à variable réelle définie par $f(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x})$ *si* $x \neq 0$ *et* $f(0) = 0$ vérifie :

- ☐ $f'(0) = 1$
- ☐ f' est continue en 0.
- ☐ f' n'est pas continue en 0.
- ☐ f' est croissante.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

QUESTION 8 :

On montre que pour tout réel x:

- ☐ $\sin^5(x) = \frac{1}{16}(\sin 5x - 5\sin 3x + 10\sin x)$
- ☐ $\sin^5(x) = \frac{1}{16}(\sin 5x + 5\sin 3x - 10\sin x)$
- ☐ $\sin^5(x) = \frac{1}{5}(\sin 5x - 4\sin 3x)$
- ☐ $\sin^5(x) = \frac{1}{10}(\sin 5x - 3\sin 3x + 5\sin x)$

QUESTION 9 :

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \in \mathbb{R}^*$, $(b,c) \in \mathbb{R}^2$ et $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$

On suppose que : $(\forall x \in \mathbb{R})$; $f(x) > 0$

On montre que :

- ☐ $(\forall x \in \mathbb{R})$; $g(x) > 0$
- ☐ $(\forall x \in \mathbb{R})$; $g(x) < 0$
- ☐ $(\forall x \in \mathbb{R})$; $g(x) = 0$
- ☐ $(\exists x \in \mathbb{R})$; $g(x) = 0$

QUESTION 10:

Soit $\omega \in \mathbb{C}$ tel que : $|\omega| = \sqrt{2}$. On note α et β les solutions de l'équation :

$z^2 + i(\omega + i\overline{\omega})z - 2i = 0$

On a :

- ☐ $|\alpha| + |\beta| = 2$
- ☐ $|\alpha| + |\beta| = \sqrt{2}$
- ☐ $|\alpha| + |\beta| = 3\sqrt{2}$
- ☐ $|\alpha| + |\beta| = 2\sqrt{2}$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

QUESTION 11 :

On pose, pour tout réel x, $f(x) = 2x - E(x)$ où $E(x)$ est la partie entière de x.

L'intégrale $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ est égale à :

- ☐ -2
- ☐ -1
- ☐ 0
- ☐ 2

QUESTION 12 :

La valeur de $\int_{e}^{e^3} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$ est égale à :

- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ $-\frac{1}{8}$
- ☐ $\frac{3}{8}$
- ☐ $-\frac{3}{8}$

QUESTION 13 :

Sachant que les devoirs de 4 élèves peuvent être corrigés par un ou plusieurs enseignants parmi 7 enseignants, la probabilité que ces 4 devoirs soient corrigés par exactement 2 enseignants est :

- ☐ $\frac{2}{7}$
- ☐ $\frac{6}{49}$
- ☐ $\frac{48}{343}$
- ☐ $\frac{1}{7}$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

QUESTION 14 :

On considère la fonction F de la variable réelle x définie par : $F(x)=\int_{x^3}^{x^4} e^{t^2}\,dt$

La dérivée première $F'(x)$ est égale à :

- ☐ $e^{x^8}-e^{x^6}$
- ☐ $4x^3e^{x^8}$
- ☐ $\dfrac{e^{x^3}}{x^2}-1$
- ☐ $4x^3e^{x^8}-3x^2e^{x^6}$

QUESTION 15 :

La valeur de $\alpha=(0,64)^{\beta}$ où $\beta=\log_{\frac{1}{4}}\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{3^k}\right)$ est égale à :

- ☐ 0,9
- ☐ 0,8
- ☐ 0,6
- ☐ 0,25

QUESTION 16 :

On considère l'équation différentielle (E): $4y''+y=0$.

La solution h de l'équation (E) vérifiant $h(0)=1$ et $h'(0)=\dfrac{1}{2}$ est :

- ☐ $h(x)=\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}$
- ☐ $h(x)=\cos x+\frac{\sin x}{2}$
- ☐ $h(x)=\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}$
- ☐ $h(x)=\cos x+\sin\frac{x}{2}$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

QUESTION 17 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct.

La transformation plane dont l'écriture complexe est : $z' = -jz + 1$ (avec $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$), est :

- ☐ La rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et de centre le point d'affixe j.
- ☐ L'homothétie de rapport (-1) et le centre le point d'affixe j
- ☐ La rotation d'angle $(-\frac{\pi}{3})$ et de centre le point d'affixe $(-j)$.
- ☐ L'homothétie de rapport $(-\frac{2}{3})$ et de centre le point d'affixe $(-j)$.

QUESTION 18 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé.

On considère la sphère (S) d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 1 = 0$

L'équation du plan tangent à la sphère (S) au point $A(-1;1;1)$ est :

- ☐ $x + 2y - z = 0$
- ☐ $x + 2y + z - 2 = 0$
- ☐ $x - 2y + z + 2 = 0$
- ☐ $-x + 2y + z - 4 = 0$

QUESTION 19 :

Une entreprise utilise conjointement deux machines A et B pour contrôler la qualité des masques de protection contre la pandémie Covid19. Selon les concepteurs de ces machines, la probabilité que la machine A tombe en panne est 0, 03. De plus la probabilité que "la machine B tombe en panne sachant que la machine A est en panne" est égale à 0, 2.

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

La probabilité que les deux machines tombent simultanément en panne est :

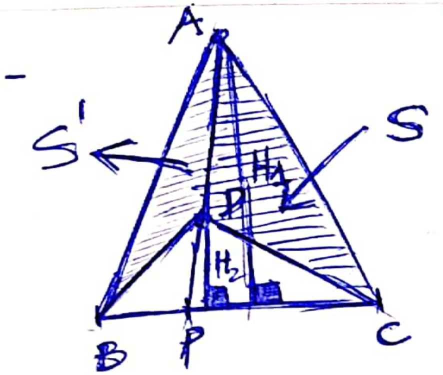
- ☐ 0,006
- ☐ 0,17
- ☐ 0,06
- ☐ 0,23

QUESTION 20 :

La série $\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{1}{2^n.n!}$ converge vers :

- ☐ $\frac{1}{\sqrt{e}}$
- ☐ e
- ☐ $\frac{1}{e}$
- ☐ $\sqrt{e}$

Q2-



$S_{ADC} = S = S_{APC} - S_{DPC}$

$= \frac{H_1 \times PC}{2} - \frac{H_2 \times PC}{2}$

$S = \frac{PC}{2}(H_1 - H_2)$ (1)

$S' = S_{ADB} = S_{APB} - S_{DPB}$

$= \frac{H_1 \times BP}{2} - \frac{H_2 \times BP}{2}$

$S' = \frac{BP}{2}(H_1 - H_2)$ (2)

(1) $\Rightarrow H_1 - H_2 = \frac{2S}{PC}$ $\Rightarrow \frac{2S}{PC} = \frac{2S'}{BP}$

(2) $\Rightarrow H_1 - H_2 = \frac{2S'}{BP}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{S}{S'} = \frac{PC}{BP}}$

1pt

(2)

مباراة التعليم، تخصص رياضيات

الثانوي بسلكيه الإعدادي والتأهيلي : 2020

الجزء I : مادة التخصص 20pts

Partie I : Spécialité

Q1. Soient $a, b \in \mathbb{R}$:

$a^5 = \sqrt{2021} - \sqrt{2020}$ et $b^5 = \sqrt{2021} + \sqrt{2020}$

$(a \times b)^5 = a^5 \times b^5 = (\sqrt{2021} - \sqrt{2020})(\sqrt{2021} + \sqrt{2020})$

$= 2021 - 2020 = 1$

$(ab)^5 = 1 \Leftrightarrow ab = 1$

$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} = \frac{b+1+a+1}{(a+1)(b+1)} = \frac{b+a+2}{\underbrace{ab}_{=1}+a+b+1}$

$= \frac{\cancel{b+a+2}}{\cancel{b+a+2}} = \boxed{1}$

1pt

(1)

Scanné avec CamScanner

Q4 – Soit $k \in \mathbb{R}$

$3\overrightarrow{CG} = k\,\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$

G est barycentre du système pondéré

$\{(A,k);(B,2);(C,c)\}$

$k\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + c\,\overrightarrow{MC} = (k+2+c)\,\overrightarrow{MG}$

$k\,\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{CG} \Rightarrow M = C$

$M = C$:

$$\begin{cases} k\,\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + c\,\overrightarrow{CC} = (k+2+c)\,\overrightarrow{CG} \\ k\,\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} = 3\,\overrightarrow{CG} \end{cases}$$

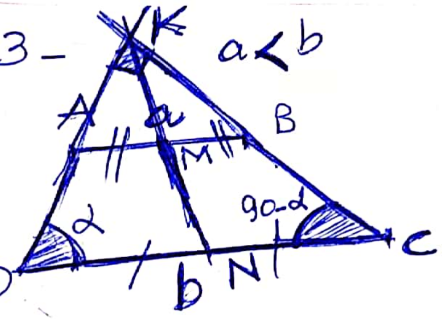
$\Leftrightarrow k+2+c = 3$

$\Leftrightarrow c = 3-2-k \Leftrightarrow \boxed{c = 1-k}$

1pt

(4)

Q3 –



$a < b$

$AB = a$

$CD = b$

$(AB) \parallel (CD)$

$\widehat{ADC} + \widehat{BCD} = 90°$

$M \in [AB]$

$N \in [CD]$

$AM = MB = MK$

$DN = NC = NK$

$MN = NK - MK$

$= NC - AM$

$= \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$

$= \frac{b-a}{2}$ (3)

المستقيم المار من منتصفي قاعدتي شبه منحرف يتقاطع مع حاملي الضلعين الآخرين في نقطة وحيدة.

منتصف وتر مثلث قائم الزاوية يبعد بنفس المسافة عن رؤوسه.

$$\boxed{MN = \frac{b-a}{2}}$$

1pt

(3)

Scanné avec CamScanner

Q6 - Soient $a, b \in \mathbb{R}$

$\sin(a)+\sin(b) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\cos(a)+\cos(b) = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$(\sin(a)+\sin(b))^2 = \frac{1}{2}$

$\sin^2(a) + 2\sin(a)\sin(b) + \sin^2(b) = \frac{1}{2}$ (1)

$(\cos(a)+\cos(b))^2 = \frac{3}{2}$

$\cos^2(a) + 2\cos(a)\cos(b) + \cos^2(b) = \frac{3}{2}$ (2)

$(1)+(2) \Longrightarrow \cancel{2} + 2\sin(a)\sin(b) + 2\cos(a)\cos(b) = \cancel{2}$

$\Longrightarrow 2(\sin(a)\sin(b) + \cos(a)\cos(b)) = 0$

$\Longrightarrow \boxed{\cos(a-b) = 0}$

1pt

(6)

Q5 - $\begin{cases} X_0 = 3 \\ X_{n+1} = \frac{X_n}{2X_n - 1} \end{cases} : \forall n \in \mathbb{N}$

(X_n) est périodique de période :

$X_{n+p} = X_n$

$p = 2$?

$X_{n+2} = X_{(n+1)+1} = \frac{X_{n+1}}{2X_{n+1} - 1} = \frac{\frac{X_n}{2X_n - 1}}{2\frac{X_n}{2X_n - 1} - 1}$

$= \frac{\frac{X_n}{\cancel{2X_n - 1}}}{\frac{\cancel{2X_n} - \cancel{2X_n} + 1}{\cancel{2X_n - 1}}} = \frac{X_n}{1} = X_n$

donc (X_n) est périodique de période $\boxed{2}$

1pt

(5)

Scanné avec CamScanner

Q19 -

Q8 -

$\sin^5(x) = \sin^4 x \sin x = (\sin^2 x)^2 \sin x$

$\sin x = \dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ Euler

$= \left[\left(\dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)^2\right]^2 \times \sin x$

$= \left[\dfrac{e^{2ix} - 2e^{ix}e^{-ix} + e^{-2ix}}{-4}\right]^2 \times \sin x$

$= \left[\dfrac{e^{4ix} + 4 + e^{-4ix} - 2\times 2 e^{2ix} + 2e^{2ix}e^{-2ix} - 2\times 2 e^{-2ix}}{16}\right] \times \sin x$

$= \left[\dfrac{e^{4ix} + 4 + e^{-4ix} + 2 - 4e^{2ix} - 4e^{-2ix}}{16}\right] \times \left(\dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)$

$= \dfrac{1}{16}\left[\dfrac{e^{5ix} - e^{3ix} + 6e^{ix} - 6e^{-ix} + e^{-3ix} - e^{-5ix} - 4e^{3ix}}{2i}\right.$

$\left.\dfrac{+ 4e^{3ix} + 4e^{ix} - 4e^{-ix} + 4e^{-3ix}}{2i}\right]$

(8)

Q7 - $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ si $x \neq 0$

$f(0) = 0$

$\lim_{x\to 0} f'(x) = \lim_{x\to 0}\left[2x\sin\left(\frac{1}{x}\right) + x^2\left(-\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)\right]$

$= \lim_{x\to 0} \underbrace{2x\sin\left(\frac{1}{x}\right)}_{0} - \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

$= \lim_{x\to 0} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ n'existe pas

donc $\boxed{f' \text{ n'est pas Continue en } 0}$

1pts

(7)

Q12 -

la valeu

Q9 -

$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \in \mathbb{R}^*, (b,c) \in \mathbb{R}^2$

$g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$

$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) > 0 \qquad \Delta f = b^2 - 4ac < 0$ et $a > 0$

$f'(x) = 2ax + b$

$f''(x) = 2a$

$g(x) = \underbrace{ax^2 + bx + c} + \underbrace{2ax + b} + \underbrace{2a}$

$g(x) = ax^2 + (b+2a)x + (2a+b+c)$

$\Delta g = (b+2a)^2 - 4a(2a+b+c)$

$= b^2 + \cancel{4ab} + 4a^2 - 8a^2 - \cancel{4ab} - 4ac$

$= b^2 - 4ac - 4a^2$

$\Delta g = \underbrace{\Delta f}_{<0} \underbrace{- 4a^2}_{<0} < 0$

1pt

le signe de $g(x)$ est cel de a :

donc : $\boxed{\forall x \in \mathbb{R} : g(x) > 0}$

(10)

Suite Q8 :

$\sin^5 x = \frac{1}{16}\left(\frac{e^{5ix} - e^{-5ix}}{2i} - 5\left(\frac{e^{3ix} - e^{-3ix}}{2i}\right) + 10\left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)\right)$

$\sin^5(x) = \frac{1}{16}\left[\sin(5x) - 5\sin(3x) + 10\sin(x)\right]$

1pt

(9)

Scanné avec CamScanner

$$\Delta = (2i-2)^2 - 4 \times (-2i)$$

$$\Delta = \cancel{-4} \cancel{-8i} + \cancel{4} \cancel{+8i}$$

$$\Delta = 0$$

$$\alpha = \beta = -\frac{(2i-2)}{2}$$

$$\alpha = \beta = 1 - i$$

$$|\alpha| = |\beta| = \sqrt{2}$$

$$\boxed{|\alpha| + |\beta| = 2\sqrt{2}}$$

1pt

(12)

Q10-

$w \in \mathbb{C}$: $|w| = \sqrt{2}$

$$Z^2 + i(w + i\bar{w})Z - 2i = 0$$

Si $w = 1+i$ alors $|w| = \sqrt{2}$

$$Z^2 + i(1+i+i(1-i))Z - 2i = 0$$

$$Z^2 + i(1+i+i+1)Z - 2i = 0$$

$$Z^2 + i(2i-2)Z - 2i = 0$$

1pt

(11)

Scanné avec CamScanner

Q12 –

la valeur de $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$ est égale à :

$$\int_e^{e^2}\frac{dx}{x(\ln x)^3} = \int_e^{e^2} \ln' x \, \ln^{-3} x \, dx$$

$$= \left[\frac{(\ln x)^{-2}}{-2}\right]_e^{e^2} = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{(\ln x)^2}\right]_e^{e^2}$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{(\ln e^2)^2} - \frac{1}{(\ln(e))^2}\right]$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{(2\ln(e))^2} - \frac{1}{1^2}\right]$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4} - 1\right] = -\frac{1}{2} \times \frac{-3}{4}$$

$$\int_e^{e^2}\frac{dx}{x(\ln x)^3} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

1pt

(14)

Q11 –

$f(x) = 2x - E(x)$

$$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} (2x - E(x))\,dx$$

$$= \int_{-1}^{2} 2x\,dx - \int_{-1}^{2} E(x)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{2} 2x\,dx - \left(\int_{-1}^{0} E(x)\,dx + \int_{0}^{1} E(x)\,dx + \int_{1}^{2} E(x)\,dx\right)$$

$$= \cancel{2}\left[\frac{x^2}{\cancel{2}}\right]_{-1}^{2} - \left(\int_{-1}^{0} -1\,dx + \cancel{\int_{0}^{1} 0\,dx} + \int_{1}^{2} 1\,d(x)\right)$$

$$= [x^2]_{-1}^{2} - \left([-x]_{-1}^{0} + 0 + [x]_{1}^{2}\right)$$

$$= 3 - (\cancel{-1} + 0 + \cancel{1}) = \boxed{3}$$

1pt

(13)

E_K, E_P

$$\begin{pmatrix} 1 \text{ devoir} & ; 3 \text{ devoirs} \\ 2 \text{ devoirs} & ; 2 \text{ devoirs} \\ 3 \text{ devoirs} & ; 1 \text{ devoir} \end{pmatrix}$$

$$P(K,P) = \frac{\frac{4!}{1!\,3!} \times 1^1 \times 1^3 + \frac{4!}{2!\,2!} \times 1^2 \times 1^2 + \frac{4!}{3! \times 1!} \times 1^3 \times 1^1}{7^4}$$

$$= \frac{4+6+4}{7^4} = \frac{14}{7^4}$$

$$P_T = \frac{14}{7^4} \times 21 = \boxed{\frac{6}{49}}$$

(16)

Q13-

E1
E2
E3
E4

2 enseignants / 7

1 2 3 4 5 6 7

7 enseignants

$$\text{Card } \Omega = 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$$

Soit E_1 : "Enseignant n"

$E_1 \to E_2, E_3, \ldots, E_7$: 6 possibilités

$E_2 \to E_1, E_4, \ldots, E_7$: 5 possibilités

$E_3 \to E_4, E_6, E_7$: 4 possibilités

$E_4 \to E_5, E_6, E_7$: 3 possibilités

$E_5 \to E_6, E_7$: 2 possibilités

$E_6 \to E_7$: 1 possibilité

$$6+5+4+3+2+1 = 21 \text{ possibilités}$$

1pt

(15)

(17)

Q15 -

la valeur de $\alpha = (0,64)^{\beta}$ où $\beta = \log_{\frac{1}{4}}\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k}\right)$

$$\log_x(y) = \frac{\ln y}{\ln x}$$

$$\beta = \frac{\ln\left(\sum_{k=1}^{\infty} (1/3)^k\right)}{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}$$

$$\beta = \frac{\ln\left(\lim_{n \to +\infty} \sum_{k=1} (1/3)^k\right)}{-\ln 4}$$

$$= \frac{\ln\left(\lim_{n \to +\infty} 1/3 \times \frac{(1/3)^n - 1}{1/3 - 1}\right)}{-\ln(2^2)}$$

$$= \frac{-\ln(2)}{-2\ln(2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\beta = }$$

$$\alpha = (0,64)^{1/2} = \sqrt{0,64} = \boxed{0,8}$$

1pt

(18)

Q14 - $F(x) = \int_{x^3}^{x^4} e^{t^2} dt$

on Considère la fonction g tel que :

$$\int e^{t^2} dt = g(t) + \text{cste}$$

$$F(x) = \int_{x^3}^{x^4} e^{t^2} dt = \left[g(t)\right]_{x^3}^{x^4}$$

$$= g(x^4) - g(x^3)$$

$$F'(x) = (g(x^4))' - (g(x^3))'$$

$$F'(x) = 4x^3 g'(x^4) - 3x^2 g'(x^3)$$

$$g(t) = \int e^{t^2} dt$$

$$g'(t) = e^{t^2}$$

$$F'(x) = 4x^3 e^{(x^4)^2} - 3x^2 e^{(x^3)^2}$$

$$F'(x) = 4x^3 e^{x^8} - 3x^2 e^{x^6}$$

1pt

(17)

Q17- $Z' = -jZ + 1$ avec $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$

$$Z' = -jZ + 1 = -e^{2i\pi/3} Z + 1$$

$$= \left(-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) Z + 1$$

$$= \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \pi\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \pi\right)\right) Z + 1$$

$$= \left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right) Z + 1$$

$$Z' = e^{-i\pi/3} Z + 1$$

Rotation d'angle $\left(\frac{-\pi}{3}\right)$ et de Centre d'affixe $(-j)$

1pt

(20)

Q16- (E) : $4y'' + y = 0$

la solution h de (E) : $h(0) = 1$ et $h'(0) = \frac{1}{2}$

$$4y'' + y = 0$$

$$4r^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow r^2 = \frac{-1}{4}$$

$$\Leftrightarrow r = \pm \frac{1}{2} i = 0 \mp \frac{1}{2} i$$

$p = 0, q = \frac{1}{2}$

$$h(x) = \left[\alpha \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + \beta \sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right] \times \underbrace{e^{0x}}_{=1}$$

$$h(x) = \left[\alpha \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + \beta \sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right]$$

$$h(0) = \alpha \underbrace{\cos(0)}_{=1} + \beta \underbrace{\sin(0)}_{=0} = \boxed{\alpha = 1}$$

$$h(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) + \beta \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$h'(x) = -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\beta \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$h'(0) = -\frac{1}{2}\underbrace{\sin(0)}_{0} + \frac{\beta}{2}\underbrace{\cos(0)}_{1}$$

$$\frac{\beta}{2} = 1/2 \Leftrightarrow \boxed{\beta = 1}$$

$$\boxed{h(x) = \cos(x/2) + \sin(x/2)}$$

1pt

(19)

Q19-

A "la machine A tombe en panne"

B "la machine B tombe en panne"

$P(A) = 0{,}03 \qquad P(B/A) = 0{,}2$

$A \cap B$: "les deux machines tombent simultanément en panne"

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(B/A) \times P(A)$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}3$$

$$\boxed{P(A \cap B) = 0{,}006}$$

1pt

Q18-

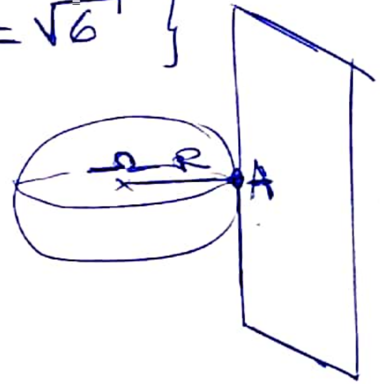
$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 1 = 0$

$x^2 + 4x \quad + y^2 + 2y \quad + z^2 - 1 = 0$

$(x^2 + 4x + 4) - 4 + (y^2 + 2y + 1) - 1 + z^2 - 1 = 0$

$(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-0)^2 = \sqrt{6}^2$

$(S): \{\Omega(-2,-1,0)\ ;\ R = \sqrt{6}\}$



$A(-1,1,1) \in (S)$

$\overrightarrow{\Omega A}(1,2,1)$

$(P): 1x + 2y + 1z + d = 0$

$(P): x + 2y + z + d = 0 \qquad A(-1,1,1) \in (S)$

$\cancel{-1} + 2 \times 1 + \cancel{1} + d = 0$

$d = -2$

$$\boxed{(P): x + 2y + z - 2 = 0}$$

1pt

Q20-

la Série $\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{1}{2^n n!}$ Converge Vers:

$$e^x = \sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{x^n}{n!}$$

1pt

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{1}{2^n n!} = \sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n}{n!}$$

$$= e^{1/2} = \boxed{\sqrt{2}}$$

Fin Correction

Partie I Concours talim mathématiques 2020

المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الاختبار	مادة التخصص و ديداكتيك مادة التخصص
التخصص	الرياضيات

عناصر الإجابة و سلم التنقيط

موضوع مادة الرياضيات (20 نقطة)

N.B : Chaque question est notée sur 1 point.

QUESTION1	1
QUESTION2	$\frac{S}{S'}=\frac{PC}{PB}$
QUESTION3	$MN=\frac{b-a}{2}$
QUESTION4	$1-k$
QUESTION5	2
QUESTION6	$\cos(a-b)=0$
QUESTION7	f' n'est pas continue en 0
QUESTION8	$\sin^5(x)=\frac{1}{16}(\sin 5x-5\sin 3x+10\sin x)$
QUESTION9	$(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ g(x)>0$
QUESTION10	$\lvert\alpha\rvert+\lvert\beta\rvert=2\sqrt{2}$
QUESTION11	2
QUESTION12	$\frac{3}{8}$
QUESTION13	$\frac{\cancel{6}}{49}$
QUESTION14	$4x^3e^{x^4}-3x^2e^{x^3}$
QUESTION15	0,8
QUESTION16	$h(x)=\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}$
QUESTION17	La rotation d'angle $(-\frac{\pi}{3})$ et de centre le point d'affixe $(-j)$
QUESTION18	$x+2y+z-2=0$
QUESTION19	0,006
QUESTION20	$\sqrt{e}$