مباراة توظيف أساتذة التعليم الثانوي
الأطر النظامية للأكاديميات
دورة يناير 2023
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

أربع ساعات	مدة الإنجاز :	الاختبار في مادة أو مواد التخصص	الاختبار
10	المعامل	الرياضيات	التخصص

Consignes et instructions importantes :

1. L'épreuve comporte **100 questions** de la question **Q1** à la question **Q100**
2. Chaque question comporte 4 choix de réponses (**A, B, C, D**) dont une seule réponse est juste ;
3. Chaque candidat(e) n'a le droit d'utiliser qu'une **seule feuille réponse. Il est impossible de remplacer la feuille réponse initiale du candidat(e) par une autre** ;
4. Avec un stylo à bille (**bleu ou noir**) cochez **sur la feuille réponse** à **l'intérieur** de la case correspondante à chaque réponse juste de la manière suivante : ☒ ou remplissez cette case de la manière suivante : ■ ;
5. La rature ou l'utilisation du Blanco sur la feuille réponse sont strictement **INTERDITES** ;
6. L'usage de la calculatrice est strictement interdit ;
7. La possession des téléphones et de tout appareil électronique intelligent et des documents papiers est strictement INTERDITE dans la salle de passation ;
8. Toute réponse ne respectant pas les règles citées ci-dessus sera rejetée ;
9. Chaque question sera notée avec 1 point;
10. Chaque réponse incorrecte sera notée par zéro (0).

Q1	Soient a et b deux réels tels que $a>b>0$: Si $\ln\left(\frac{a+b}{4}\right)=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$ alors $\frac{a}{b}$ est égal :
A	$\left(1+\sqrt{3}\right)^2$
B	$\left(2+\sqrt{3}\right)^2$
C	$\left(3+\sqrt{3}\right)^2$
D	$\left(4+\sqrt{3}\right)^2$

Q2	Pour toute matrice M de $\mathrm{M}_n(\mathbb{R})$ diagonalisable, on a :
A	$Tr(M^2)=2Tr(M)$
B	$Tr(M^2)=(Tr(M))^2$
C	$Tr(M^2)>Tr(M)$
D	$Tr(M^2)\geq 0$

Q3	Soit u un endomorphisme non nul de $\mathbb{R}^n$ et $a\in\mathbb{R}^n$. La différentielle de u en a est :
A	u
B	$u(a)$
C	a
D	$Tr(u).Id$

Q4	Soit E et F deux ensembles non vides et f une application de E dans F. Si A et B sont deux parties de E , alors on a :
A	$f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$
B	$f(A)\cap f(B)\subset f(A\cap B)$
C	$f(A\cap B)=f(A)\cap f(B)$
D	$f(A\cap B)=f(A)\cup f(B)$

Q5	Soit une série entière $\sum_{n\geq 1} a_n x^n$ de rayon de convergence égal à 1. Alors cette série converge :
A	normalement sur $[0;1]$
B	uniformément sur $[0;1]$
C	uniformément sur $[0;1[$
D	normalement sur $[0;a]$ pour tout $0\leq a<1$

Q6	La matrice réelle $M_\alpha=\begin{pmatrix}1 & \alpha\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ est semblable à la matrice $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
A	pour tout réel α
B	pour α non nul
C	seulement pour $\alpha=1$
D	seulement pour $\alpha>0$

Q7	Soit G un groupe fini, de neutre 1, et x un élément de G tel que : $x^{11}\neq 1$ et $x^{12}=1$. Alors le cardinal du groupe engendré par x :
A	est 12
B	divise 12
C	est 11
D	est un multiple de 12

Q8	Soit F la fraction rationnelle définie par : $F(X)=\dfrac{X^4}{(X+1)^2(X-1)}$ La décomposition de $F(X)$ en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ est :
A	$F(X)=1+\dfrac{1}{2(X+1)^2}-\dfrac{7}{4(X+1)}+\dfrac{1}{4(X-1)}$
B	$F(X)=X+1+\dfrac{1}{2(X+1)^2}-\dfrac{7}{4(X+1)}-\dfrac{1}{4(X-1)}$
C	$F(X)=X-1-\dfrac{1}{2(X+1)^2}+\dfrac{7}{4(X+1)}+\dfrac{1}{4(X-1)}$
D	$F(X)=-1-\dfrac{1}{2(X+1)^2}+\dfrac{7}{4(X+1)}+\dfrac{1}{4(X-1)}$

Q9	Soit (a_n) une suite réelle telle que : $a_n = O(n^2)$. Alors on peut dire que :
A	$a_n = o(n)$
B	$\exists c \in \mathbb{R}^*, a_n \sim cn^2$
C	$n = o(a_n)$
D	$a_n = o(n^3)$

Q10	Soit f une fonction non constante continue et convexe et bornée sur $\mathbb{R}^+$ On a :
A	f tend vers 0 en $+\infty$
B	f admet un minimum
C	f est décroissante
D	f est non monotone

Q11	Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(1+x-x^3)$. Le développement limité de f à l'ordre 2 en 0 est :
A	$x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
B	$x - \frac{x^2}{2} - x^3 + o(x^3)$
C	$x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
D	$x + o(x^2)$

Q12	On considère la suite de fonction $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie sur $]-1;1[$ par : $f_n(x) = 1 + x + x^2 + ... + x^{n-1}$. Alors $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge sur $]-1;1[$
A	simplement vers la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$
B	simplement vers la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{1-x}$
C	uniformément vers la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{1-x}$
D	simplement vers la fonction $f : x \mapsto \frac{x}{1-x}$

Q13	Soit $t>0$, si $\int_0^{t^2} xf(x)\,dx = \frac{2}{5}t^5$. Alors $f\left(\frac{4}{25}\right)$ est égale à :
A	$\frac{2}{5}$
B	$-\frac{2}{5}$
C	$\frac{2}{\sqrt{5}}$
D	$-\frac{2}{\sqrt{5}}$

Q14	Dans l'anneau $\mathbb{R}[X]$, le sous-ensemble $\mathbb{Z}[X]$ est :
A	un sous-groupe mais pas un sous- anneau de $\mathbb{R}[X]$
B	un sous-anneau de $\mathbb{R}[X]$
C	un idéal de $\mathbb{R}[X]$
D	un sous-corps de $\mathbb{R}[X]$

Q15	Soit F la fonction définie sur [illegible] par : $F(x)=\int_x^{x^2}\frac{dt}{\ln t}$ Alors $F'(x)$ est égale à :
A	$\frac{x-1}{\ln x}$
B	$\frac{x}{\ln x}$
C	$\frac{x+1}{\ln x}$
D	$\frac{x-2}{\ln x}$

Q16	Soit f la fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x,y) = x^3 - y^2 - x$. Alors la fonction f admet
A	un maximum local en $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$
B	un minimum local en $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$
C	un maximum local en $(-1,0)$
D	un minimum local en $(1,0)$

Q17	On considère $e_1 = (1,0,0)$; $e_2 = (0,1,0)$ et $e_3 = (1,1,0)$ dans $\mathbb{R}^3$. Alors la famille (e_1, e_2, e_3) est :
A	génératrice mais pas libre
B	libre mais pas génératrice
C	une base
D	ni libre, ni génératrice

Q18	Soit $(x_i ; y_i)$ une série [illegible] telle que : $\sum_{i=1}^{n} x_i = 192$; $\sum_{i=1}^{n} y_i =$ [illegible] ; $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 1104$. La covariance de cette série statistique est égale à :
A	1,5
B	2,5
C	3
D	5

Q19

$\mathbb{R}^2$ est muni de la base canonique $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Les coordonnées de $2e_1 + e_2$ dans la base orthogonale, $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ de $\mathbb{R}^2$ sont :

A	$\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
B	$(3, -1)$
C	$\left(\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
D	$\left(3\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right)$

Q20

On lance 248 fois de suite une pièce équilibrée. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'on obtient pile. Alors $Var(X)$ est égale à :

A	62
B	124
C	31
D	24

Q21

Soient x et y deux entiers naturels. On considère l'équation (E) $x^{10} = y^2 + 15$

Le nombre de solutions de (E) est :

A	8
B	6
C	4
D	0

Q22

Soit E un espace préhilbertien réel et $y \in E$. La valeur de $\sup\limits_{x \neq 0} \frac{\langle x | y \rangle}{\|x\|}$ est :

A	$+\infty$
B	$\|y\|$
C	$\|y\|^2$
D	1

Q23	La valeur de $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ est égale à :
A	$\frac{\pi}{12}$
B	$\frac{\pi}{6}$
C	$\frac{\pi}{4}$
D	$\frac{\pi}{3}$

Q24	Pour toute matrice A de $M_n(\mathbb{R})$, Laquelle de ces relations permet de dire que A est diagonalisable
A	$A^2+A+I_n=0$
B	$A^3=A$
C	$A^3=-A$
D	$(A-I_n)^2=0$

Q25	Soit φ l'endomorphisme de $\mathbb{C}_n[X]$ définie par $\varphi(P)=P(X+1)-P(X)$. Pour tout P. Alors φ est de rang :
A	1
B	$n-1$
C	n
D	$n+1$

Q26	Soit E un K-espace vectoriel et f et g deux endomorphismes de E. Alors $f(Ker(g\circ f))$ est égale à :
A	$\operatorname{Im} g$
B	$Ker f\cap \operatorname{Im} g$
C	$Ker g\cap \operatorname{Im} f$
D	$Ker f$

Q27	L'équation de la parabole de foyer $F(0;1)$ et de direction $y=-1$ est :
A	$y=x^2$
B	$y=-x^2$
C	$y=1+x^2$
D	$y=\frac{1}{4}x^2$

Q28	$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1-\cos(xy)}{x^2y}$ est égale à :
A	0
B	1
C	2
D	3

Q29	Soient f et g deux fonctions de classe C^2 de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. On pose $u(x,y)=f(x+3y)+g(x-3y)$. Alors $\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x}$ est égale à
A	$\frac{\partial^2 u}{3\partial^2 y}$
B	$\frac{\partial^2 u}{6\partial^2 y}$
C	$\frac{\partial^2 u}{9\partial^2 y}$
D	$\frac{\partial^2 u}{12\partial^2 y}$

Q30	Soit A et B deux points distincts du plan. L'ensemble des points M du plan tel que : $MA=2MB$ est :
A	vide
B	un cercle
C	une droite
D	une ellipse

Q31 On donne dans le tableau ci-dessous la moyenne et l'écart-type d'une série statistique

La moyenne m	4,2
L'écart-type σ	1,62

Si on multiplie toutes les valeurs de la série statistique par $-1,5$ la moyenne et l'écart-type deviennent :

A	$m'=6,3$ et $\sigma'=2,43$
B	$m'=6,3$ et $\sigma'=3,64$
C	$m'=4,2$ et $\sigma'=1,62$
D	$m'=-6,3$ et $\sigma'=2,43$

Q32 Laquelle des parties suivantes de $\mathbb{R}^2$ est un sous-espace vectoriel ?

A	$\{(x,y),\ y=2x\}$
B	$\{(x,y),\ y+x=1\}$
C	$\{(x,y),\ yx=1\}$
D	$\{(x,y),\ yx=0\}$

Q33 Soit $(u_n)_{n\geq 2}$ la suite définie par : $u_n=\dfrac{n}{1+n^2}+\dfrac{n}{2^2+n^2}+\dots\dots+\dfrac{n}{n^2+n^2}$.

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ est égale à :

A	$\dfrac{\pi}{4}$
B	$\dfrac{\pi}{6}$
C	$\dfrac{\pi}{8}$
D	$\dfrac{\pi}{10}$

Q34

Soient a, b et c trois réels non nuls.

Si $\int_1^e (ax^2+bx+c)\ln x\,dx = \int_1^2 (ax^2+bx+c)\ln x\,dx$ alors le polynôme ax^2+bx+c

A	admet deux racines dans $]1;2[$
B	admet une racine double dans $]1;2[$
C	il change de signe dans $]2;e[$
D	admet une racine double dans $]2;e[$

Q35

Soit (Ω, P) un espace de probabilité fini, et E et D deux événements tels que $P(E)=0{,}6$; $P_E(D)=0{,}7$ et $P_{\overline{E}}(D)=0{,}2$.

Alors $P(D)$ est égale à:

A	0,5
B	0,4
C	0,34
D	0,16

Q36

On pose : $I_a=\int_{-a}^{a}\arctan\left(e^x\right)dx$ où a est un nombre réel. En utilisant le changement de variable $t=-x$ on montre que l'intégrale I_a est égale à :

A	$2\pi a$
B	πa
C	$\frac{\pi a}{2}$
D	$\frac{\pi a}{4}$

Q37

Soit (u_n) la suite définie par $u_n=\frac{(-1)^n}{n}$. Alors

A	$\sum_{n\geq1}u_n$ et $\sum_{n\geq1}u_n^2$ convergent toutes les deux
B	$\sum_{n\geq1}u_n$ et $\sum_{n\geq1}u_n^2$ divergent toutes les deux
C	$\sum_{n\geq1}u_n$ converge et $\sum_{n\geq1}u_n^2$ diverge
D	$\sum_{n\geq1}u_n$ diverge et $\sum_{n\geq1}u_n^2$ converge

Q38 Soit X une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre $\lambda = 1$.
Alors la probabilité de l'évènement contraire $(X > 1)$ est égale à :

A	$1-2e^{-1}$
B	$1-e^{-1}$
C	$1-3e^{-1}$
D	autre réponse

Q39 On considère les matrices $J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ et $M = J + I$

Pour tout entier $n \geq 1$, M^n est égale à :

A	$nJ^2 + J + I$
B	$nJ^2 + nJ + I$
C	$n(n-1)J^2 + nJ + I$
D	$\frac{1}{2}n(n-1)J^2 + nJ + I$

Q40 Pour tout entier $n \geq 2$, l'équation $x^n = x + n$ admet une unique solution $u_n \in]1;2]$.
$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ est égale à :

A	2
B	$\frac{3}{2}$
C	1
D	$\frac{1}{2}$

Q41 Pour une série de fonctions, on a :

A	convergence simple $\Rightarrow$ convergence absolue
B	convergence normal $\Rightarrow$ convergence uniforme
C	convergence uniforme $\Rightarrow$ convergence absolue
D	convergence absolue $\Rightarrow$ convergence normal

Q42 La variable aléatoire X suit la loi de probabilité donnée dans le tableau ci-dessous

x_i	3	5	6	12
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

La valeur de $E\left(\frac{1}{X}\right)$ est égale à :

A	0,5
B	0,4
C	0,3
D	0,2

Q43 Soit $f:[0;1]\to\mathbb{R}$ continue sur $[0;1]$. $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1 f(x^n)dx$ est égale à :

A	$f(0)$
B	$f(1)$
C	$\int_0^1 f(x)dx$
D	0

Q44 Le rayon de convergence de la série entière $\sum\limits_{n\geq1}\frac{z^{2n}}{1+3^{2n}}$ est :

A	3
B	$\sqrt{3}$
C	$\sqrt{2}$
D	1

Q45	Pour $x>0$. On pose $H(x)=\int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{t}e^{-xt}dt$. Alors $H'(x)$ est égale à :
A	$xH(x)$
B	$-\frac{1}{1+x^2}$
C	$\frac{x}{1+x^2}$
D	$\frac{2}{1+x^2}$

Q46	On a $\tan x = x+\frac{1}{3}x^3+\frac{2}{15}x^5+o(x^5)$. La valeur de la dérivée 3ème de la fonction tangente en 0 est :
A	$\frac{1}{3}$
B	$\frac{2}{15}$
C	2
D	0

Q47	Laquelle des formes différentielles suivantes n'est pas exacte ?
A	$\omega = xdx+ydy$
B	$\omega = xdx-ydy$
C	$\omega = ydx+xdy$
D	$\omega = ydx-xdy$

Q48	La matrice réelle $A=\begin{pmatrix}1 & a & 0\\ 0 & 1 & b\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ est diagonalisable si est seulement si
A	$a=0$
B	$b=0$
C	$a=b=1$
D	$a=b$

Q49	Soit $n \in \mathbb{N}$. La suite de fonction $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f_n(x) = \dfrac{x^n}{1+x^n}$
A	ne converge pas simplement sur $\mathbb{R}^+$.
B	converge simplement mais non uniformément sur $\mathbb{R}^+$.
C	converge uniformément mais non simplement sur $\mathbb{R}^+$.
D	converge simplement et uniformément sur $\mathbb{R}^+$.

Q50	Soit R une rotation d'un plan euclidien orienté d'angle θ et x un vecteur de norme 1. Le produit scalaire $\langle x \mid r(x) \rangle$ vaut :
A	1
B	$\cos\theta$
C	$\sin\theta$
D	$\pm\cos\theta$

Q51	Soit X une variable aléatoire suivant la loi géométrique de paramètre $p = \dfrac{2}{3}$. Alors $V(2X+3)$ est égale à :
A	1
B	2
C	3
D	autre réponse

Q52	Pour tout n de $\mathbb{N}$, on pose : $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x\,dx$ Alors $I_n + I_{n+2}$ est égale à :
A	$\dfrac{2}{n+2}$
B	$\dfrac{3}{n+3}$
C	$\dfrac{1}{n+1}$
D	$\dfrac{4}{n+4}$

Q53 La valeur de l'intégrale $\iint_R x\cos(x+y)\,dx\,dy$ où R est la région triangulaire de sommets $(0;0)$, $(\pi;0)$, $(\pi;\pi)$ est égale à:

A	$\frac{3\pi}{2}$
B	$\frac{3\pi}{4}$
C	$-\frac{3\pi}{2}$
D	$-\frac{3\pi}{4}$

Q54 La suite $\sum_{k=1}^{n}\sin\left(\frac{1}{k}\right)$ est équivalente à :

A	n
B	$\frac{1}{n}$
C	$\ln(n)$
D	$n\sin\left(\frac{1}{n}\right)$

Q55 Dans l'anneau $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$, le nombre d'éléments vérifiant $x^2=1$ est

A	1
B	2
C	4
D	6

Q56 Dans la base canonique du plan euclidien $\mathbb{R}^2$, la matrice de la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ est :

A	$\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$
B	$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$
C	$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$
D	$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$

Q57 Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = (1+x)(1+2x)........(1+nx)$. Alors $f'(0)$ est égale à :

A	1
B	$n+1$
C	$\frac{n(n+1)}{2}$
D	$n!$

Q58 Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ de rang p.
Le degré du polynôme minimal de f est inférieur à :

A	p
B	$p+1$
C	$n-p$
D	$n-p+1$

Q59 Le nombre de diviseurs de 10^n dans $\mathbb{N}^*$ est :

A	n
B	$n+1$
C	n^2
D	$(n+1)^2$

Q60	Soit f une fonction paire et a un nombre réel. On pose $H = \int_0^a f(x)dx$. Alors $\int_{-a}^{a} \frac{f(x)}{1+e^x}dx$ est égale à :
A	H
B	$2H$
C	$H+2$
D	$H+1$

Q61	Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = \frac{3}{5}$. Soit p la probabilité de l'évènement $(X \geq 1)$ alors :
A	$0,8 < p \leq 1$
B	$0,6 < p \leq 0,8$
C	$0,4 < p \leq 0,6$
D	$0,2 < p \leq 0,4$

Q62	La valeur de $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+x}dx - \int_1^e \frac{x}{1+\ln x}dx$ est égale à :
A	$1+e$
B	$e-1$
C	1
D	0

Q63	La caractéristique de l'anneau produit $A = (\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/10\mathbb{Z})$ est :
A	2
B	10
C	30
D	60

Q64	Soient A et B deux matrices de $M_n(\mathbb{R})$. Les matrices AB et BA ont toujours même
A	rang
B	trace
C	diagonale
D	transposée

Q65	Le sous-groupe du groupe $(\mathbb{Z}/12\mathbb{Z};+)$, engendré par la classe de 9 est isomorphe
A	$\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$
B	$\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$
C	$\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$
D	$\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

Q66	Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & \alpha \end{pmatrix}$ est définie positive :
A	pour tout réel α
B	pour α non nul
C	seulement pour $\alpha = 5$
D	seulement pour $\alpha > 4$

Q67	N_1 et N_2 sont deux normes sur un espace vectoriel réel E. Laquelle des applications suivantes n'est pas une norme ?
A	$2N_1$
B	$N_1 + N_2$
C	$\max(N_1, N_2)$
D	$N_1 N_2$

Q68	Soit X une partie ouverte d'un espace vectoriel réel normé E. A toute suite à termes dans E qui converge vers un vecteur a on considère les deux propositions suivantes : P : " Il existe un rang N tel que $x_n \in X$ pour tout $n \geq N$ " Q : " $a \in X$ " Alors
A	$P \Rightarrow Q$
B	$Q \Rightarrow P$
C	$P \Leftrightarrow Q$
D	Il n'y a aucune implication entre P et Q

Q69 Soient les trois normes $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{i=n} |x_i|$ et $\|x\|_\infty = \max_{1\le i\le n} |x_i|$ et $\|x\|_2 = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2\right)}$ définies sur $\mathbb{R}^n$. Pour tout $x \in \mathbb{R}^n$ on a :

A	$\|x\|_2 \le \|x\|_\infty \le \|x\|_1 \le n\|x\|_2$
B	$\|x\|_\infty \le \|x\|_2 \le \|x\|_1 \le n\|x\|_\infty$
C	$\|x\|_1 \le \|x\|_2 \le \|x\|_\infty \le n\|x\|_1$
D	$\|x\|_\infty \le \|x\|_1 \le \|x\|_2 \le n\|x\|_\infty$

Q70 Soit f l'application définie de $\mathbb{R}^3$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + xz$.
Alors sa différentielle df_a au point $a = (1,0,-1)$ est l'application linéaire qui à chaque vecteur $(p,q,r) \in \mathbb{R}^3$ associe le vecteur

A	$df_a(p,q,r) = p+q+r$
B	$df_a(p,q,r) = q+r$
C	$df_a(p,q,r) = p+r$
D	$df_a(p,q,r) = p-r$

Q71 En inversant l'ordre d'intégration, l'intégrale $\int_1^4 \int_1^{\sqrt{x}} f(x,y)dydx$ se transforme en :

A	$\int_1^{\sqrt{y}} \int_1^4 f(x,y)dxdy$
B	$\int_1^2 \int_0^{y^2} f(x,y)dxdy$
C	$\int_1^{\sqrt{y}} \int_1^2 f(x,y)dxdy$
D	$\int_1^2 \int_{y^2}^4 f(x,y)dxdy$

Q72	$\int_{-2}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}} e^{(x^2+y^2)}dydx$ est égal à :
A	$\frac{\pi}{2}(e^4-1)$
B	πe^4
C	$\frac{\pi}{4}e^4$
D	$2\pi(e^4-1)$

Q73	(u,v,w) est un nouveau système de coordonnées défini par $x=2u\cos v$; $y=3u\sin v$ et $z=5w$ avec $u\geq 0$ et $0\leq v<2\pi$ et w un élément arbitraire . Le jacobien $J(u,v,w)=\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}$ est égal à :
A	$\dfrac{30u\cos v\sin v}{v}$
B	$30u$
C	$10u$
D	$10v$

Q74	Le champ de vecteurs $F(x,y)=(6x\sin y, 3\cos x)$ n'admet pas ou admet quel potentiel ?
A	$\varphi(x,y)=(3x^2\sin y, 3\cos xy)$
B	$\varphi(x,y)=18\cos x\sin y$
C	$\varphi(x,y)=3x^2\sin y+C(y)$
D	Il n'admet pas de potentiel

Q75	Laquelle des propositions suivantes est vraie ?
A	$F(x,y)=(ye^{xy},xe^{xy})$ n'est pas conservatif
B	$F(x,y)=(6x^2y,2x^3-2y)$ n'est pas conservatif
C	$F(x,y)=(y,x)$ n'est pas conservatif
D	Tous ces champs sont conservatifs

Q76	Le nombre de parties de $\{1;2;........;n\}$ qui ne contient pas 1 est :
A	2^n-1
B	2^{n-1}
C	2^n-n
D	2^n+1

Q77	Le flux sortant du champ $F(x,y)=(x+y,y+z,z+x)$ à travers la surface du cube $[-1,1]^3$ est :
A	1
B	3
C	8
D	24

Q78	Le nombre de topologies qu'on peut définir sur l'ensemble $X=\{a,b\}$ est :
A	1
B	2
C	3
D	4

Q79	Laquelle des propriétés suivantes n'est pas une propriété topologique ?
A	Être fermée
B	Être bornée
C	Être connexe
D	Être ouverte

Q80	Le diamètre d'une partie A d'un espace métrique est égal à :
A	$Sup\{d(x,y)/(x,y)\in A^2\}$
B	$Max\{d(x,y)/(x,y)\in A^2\}$
C	$Inf\{d(x,y)/(x,y)\in A^2\}$
D	$Min\{d(x,y)/(x,y)\in A^2\}$

مباراة توظيف أساتذة التعليم الثانوي الأطر النظامية للأكاديميات - دورة يناير 2023
الموضوع
الاختبار : اختبار في مادة أو مواد التخصص — التخصص : الرياضيات

Q81	Quelle relation y a-t-il entre une partie A d'un espace métrique, sa frontière Fr(A) et son adhérence $\overline{A}$?
A	$\overline{A} = A \cap Fr(A)$
B	$\overline{A} = A \cup Fr(A)$
C	$\overline{A} = A \setminus Fr(A)$
D	$\overline{A} = A$

Q82	(X,τ) dénote un espace topologique. On prend $X = \{a,b,c\}$. Lequel des ensembles suivants ne définit pas une topologie sur X
A	$\tau 1 = \{\varnothing, X\}$
B	$\tau 2 = \{\varnothing, X, \{a\}\}$
C	$\tau 3 = \{\varnothing, X, \{a\}, \{a, b\}\}$
D	$\tau 4 = \{\varnothing, X, \{a\}, \{a, b\}, \{b, c\}\}$

Q83	Parmi les matrices de $M_2(\mathbb{R})$ suivantes laquelle n'est pas diagonalisable ?
A	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
B	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
C	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
D	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Q84	Soit (X,τ) un espace topologique. Lequel des ensembles suivants est une base pour la topologie τ ?
A	$\{\{x\}; x \in X\}$
B	$\{X\}$
C	$\{X, \varnothing\}$
D	Aucun

Q85	Le sous-groupe de $(\mathbb{C},+)$ engendré par $\{1,i\}$ est
A	$\{a+bi\ /\ (a,b)\in\mathbb{Z}^2\}$
B	$\{1,-1,i,-i\}$
C	$\{a+bi\ /\ (a,b)\in\mathbb{Q}^2\}$
D	$\mathbb{C}$

Q86	Un des ensembles suivants n'est pas un groupe pour la composition des applications, lequel ?
A	l'ensemble des bijections de $[-1,1]$ sur $[-1,1]$
B	l'ensemble des bijections continues de $[-1,1]$ sur $[-1,1]$
C	l'ensemble des bijections croissantes de $[-1,1]$ sur $[-1,1]$
D	l'ensemble des bijections de classe C^1 de $[-1,1]$ sur $[-1,1]$

Q87	I et J sont deux idéaux d'un anneau commutatif unitaire A et a est un élément de A. Lequel des ensembles suivants n'est pas toujours un idéal de A ?
A	$I\cap J$
B	$I+J=\{x+y\ /\ x\in I \text{ et } y\in J\}$
C	$I\cup J$
D	$aI=\{ax\ /\ x\in I\}$

Q88	Dans le groupe symétrique S_5 combien y a-t-il d'éléments qui engendrent un sous-groupe de cardinal 2 ?
A	10
B	25
C	40
D	60

Q89	Lequel des ensembles suivants est un sous-groupe du groupe linéaire $(GL_2(\mathbb{R}),\times)$?
A	l'ensemble des matrices inversibles à coefficients dans $\mathbb{Z}$
B	l'ensemble des matrices à coefficients dans $\mathbb{Z}$ de déterminant 1
C	l'ensemble des matrices de déterminant négatif
D	l'ensemble des matrices A vérifiant $A^2=I_2$

Q90	Lequel des groupes additifs suivants a le plus de générateurs ?
A	$\left(\mathbb{Z}/_{12\mathbb{Z}},+\right)$
B	$\left(\mathbb{Z}/_{13\mathbb{Z}},+\right)$
C	$\left(\mathbb{Z}/_{14\mathbb{Z}},+\right)$
D	$\left(\mathbb{Z}/_{15\mathbb{Z}},+\right)$

Q91	Un corps commutatif
A	ne possède aucun idéal
B	possède un seul idéal
C	possède deux idéaux
D	possède une infinité d'idéaux

Q92	Laquelle des familles suivantes n'est pas une base de $\mathbb{R}[X]$?
A	$\left((X+p)^p\right)_{p\in\mathbb{N}}$
B	$\left(X^p+p\right)_{p\in\mathbb{N}}$
C	$\left(X+X^p\right)_{p\in\mathbb{N}}$
D	$\left((X^p+p)^p\right)_{p\in\mathbb{N}}$

Q93	Le rang de l'endomorphisme u du $\mathbb{R}$ – espace vectoriel $M_n(\mathbb{R})$ défini par $u(M)=M+{}^tM$ est :
A	n
B	$\dfrac{n(n+1)}{2}$
C	$\dfrac{n(n-1)}{2}$
D	$n+1$

Q94	Dans $\mathbb{R}[X]$, lequel des ensembles suivants est un sous-espace vectoriel et admet un supplémentaire de dimension finie ?
A	$\{P(X^2) / P \in \mathbb{R}[X]\}$
B	$\left\{P \in \mathbb{R}[X] / \int_0^1 P(x)dx = 1\right\}$
C	$\{X^2 P(X) / P \in \mathbb{R}[X]\}$
D	$\{P(X) / P \text{ admet exactement deux racines}\}$

Q95	Soit $M \in M_{2n}(\mathbb{R})$ de la forme $M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & A \end{pmatrix}$ où A et B sont des éléments de $M_n(\mathbb{R})$. Que vaut M^2 ?
A	$\begin{pmatrix} A^2 & B^2 \\ 0 & A^2 \end{pmatrix}$
B	$\begin{pmatrix} AB & BA \\ 0 & A^2 \end{pmatrix}$
C	$\begin{pmatrix} A^2 & 2AB \\ 0 & A^2 \end{pmatrix}$
D	$\begin{pmatrix} A^2 & AB+BA \\ 0 & A^2 \end{pmatrix}$

Q96	Soit F (resp. G) l'ensemble des matrices triangulaires supérieures (resp. l'ensemble des matrices triangulaires inférieures) de $M_n(\mathbb{R})$. Alors :
A	$M_n(\mathbb{R})$ est la somme directe de F et G
B	$M_n(\mathbb{R})$ est la somme non directe de F et G
C	$M_n(\mathbb{R})$ n'est pas la somme de F et G
D	F et G ne sont pas des sous-espaces de $M_n(\mathbb{R})$

Q97	Soit la forme quadratique sur $\mathbb{R}^3$ définie par $q(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 9x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ alors :
A	$\text{signature}(q) = (3,0)$ et $\text{rang}(q) = 3$
B	$\text{signature}(q) = (0,3)$ et $\text{rang}(q) = 3$
C	$\text{signature}(q) = (1,2)$ et $\text{rang}(q) = 3$
D	$\text{signature}(q) = (-3,0)$ et $\text{rang}(q) = 3$

مباراة توظيف أساتذة التعليم الثانوي الأطر النظامية للأكاديميات - دورة يناير 2023
الموضوع
الاختبار : اختبار في مادة أو مواد التخصص   التخصص : الرياضيات

Q98	Soit φ la forme bilinéaire symétrique définie sur $\mathbb{R}_2[X]$ par $\varphi(P,Q)=\int_0^1 P(t)Q(t)dt$ pour tout $(P,Q)\in(\mathbb{R}_2[X])^2$. Alors
A	φ est un produit scalaire
B	φ est définie négative
C	φ est dégénérée et la dimension de son noyau est 1
D	φ est dégénérée et la dimension de son noyau est 2

Q99	Soit la forme quadratique définie sur $\mathbb{R}^4$ par $q(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1x_2-x_3x_4$ et soit H un hyperplan de $\mathbb{R}^4$. La dimension de l'orthogonal de H est :
A	1
B	2
C	3
D	4

Q100	Soit la forme quadratique sur $\mathbb{R}^2$ définie par $q(x_1,x_2)=3x_1^2-2x_2^2+2x_1x_2$. Sa matrice dans la base canonique est :
A	$\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$
B	$\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$
C	$\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$
D	$\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & 1\\ 1 & \frac{-1}{2}\end{pmatrix}$

Fin